

文章编号:1001-7372(2021)11-0129-13

分层圆弧峡谷SV波地震差动模拟理论与桥梁破坏模式

柳国环^{*1,2}, 江大来^{1,2}, 刘中宪³, 李鑫洋^{1,2}

(1. 天津大学 水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300350; 2. 天津大学 建筑工程学院, 天津 300350; 3. 天津城建大学 土木工程学院, 天津 300384)

摘要:为了探究局部地形及场地分层因素对地下多点地震动的影响,建立了分层圆弧峡谷模型,并进行了目标场地多点地震动模拟程序的开发和验证。在此基础上,对一跨越该场地的刚构桥进行了考虑多点激励作用下的地震反应分析。具体内容包括:首先,在推导得到SV波入射层状圆弧峡谷地震反应频域解基础上,依据规范谱确定矩阵的峡谷各位置自谱(绝对值),联合自谱和峡谷相干函数得到互谱,进而与自谱共同构造出功率谱矩阵。由此同时体现了峡谷局部场地三大典型物理效应:散射、相干和分层效应,奠定了SV波入射下层状峡谷多点地震动模拟的基础,填补了由于竖向边界条件难以满足而大多受限于SH波入射理论解研究的空白。其次,基于上述结果,编制代码和可视化开发,实现理论方法程序化,并验证其可行性和可靠性。最后,为研究SV波输入下分层和峡谷效应多点激励对结构的影响,针对一峡谷桥梁进行模型建立、修正、多点地震反应计算以及分析比较。结果表明:①分层效应对结构反应影响明显,传统均匀介质的假定所带来的影响不容忽视;②采用传统适用于平整场地多点地震动作为激励,会导致与峡谷地形多点地震反应差别明显,且会低估结构反应;③SV波斜入射多点激励下所产生地震动的空间变异性,会使得地震反应计算结果幅值出现明显增大现象。该理论方法、程序开发可供类似工程场地分析参考。

关键词:桥梁工程;刚构桥;多点地震动模拟;地震反应分析;分层圆弧峡谷

中图分类号:U447 **文献标志码:**A

Theory of SV-wave Multi-support Seismic Excitations by a Layered Circular-arc Canyon and Study on the Damage Mode of Bridge

LIU Guo-huan^{*1,2}, JIANG Da-lai^{1,2}, LIU Zhong-xian³, LI Xin-yang^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300350, China; 2. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China; 3. School of Civil Engineering, Tianjin Chengjian University, Tianjin 300384, China)

Abstract: In this study, the effects of local sites and layered media on underground multi-support seismic motions were investigated. A double-layered canyon was modeled, and a simulation program for multi-support seismic motions was developed and verified to simulate the target site conditions. Next, the seismic response analysis of a steel bridge crossing the target site was performed, considering underground multi-support seismic excitations. The details were as follows. First, based on the derived frequency-domain solution of the seismic response of a

收稿日期:2020-03-06

基金项目:国家自然科学基金项目(51978461,51778414)

* 作者简介:柳国环(1980-),男,天津市人,副教授,工学博士,博士后,E-mail:liugh@tju.edu.cn。

layered circular-arc canyon under SV-wave incidence, the auto-spectrum matrix (absolute value) was determined based on the standard spectrum, and the cross-spectrum could be determined by combining the auto-spectrum with the proposed canyon coherence function. The power spectrum matrix was derived by combining the auto-spectrum with the cross-spectrum, which reflected the three typical physical effects (scattering, coherence, and layered media) of the local site in the canyon and laid the foundation for simulating the multi-support ground motions of the layered circular-arc canyon. Subsequently, a theoretical method was developed by compiling the code and through visual development to verify the feasibility of the program and the reliability of the simulation results. Finally, the model of the bridge crossing a canyon was established and modified to reveal the influence of multi-support excitations of soil stratification and the canyon effect on a bridge subjected to SV-wave excitations. The multi-support earthquake response was determined, and the results were compared. The results indicate the following. ① The layered effect significantly influences the structural response, and the influence of the traditional homogeneous medium should be reasonably considered. ② The traditional multi-support seismic ground motions suitable for the flat site lead to considerable inaccuracies for the multi-support seismic response of a canyon terrain, and the structural response may be underestimated. ③ The spatial variability of ground motions generated by the oblique incidence of SV waves under multi-support excitations further increase the seismic response amplitudes of the bridge. The theoretical method and program development can be used as references for seismic response analyses of similar sites.

Keywords: bridge engineering; steel bridge; simulation of multi-support seismic motions; seismic response analysis; layered circular-arc canyon

Received 06 Mar. 2020

Funding: National Natural Science Foundation of China (51978461, 51778414)

*Corresponding author. *E-mail address:* liugh@tju.edu.cn.

<https://doi.org/10.19721/j.cnki.1001-7372.2021.11.011>

0 引言

强地震作用下工程结构受到地表强烈震动会产生破坏或者坍塌,从而造成巨大的人员伤亡和财产损失,因此对结构在地震作用下的抗震反应进行分析具有重要意义。结构抗震分析主要包含 3 个要素^[1],分别为:输入、结构体系和输出。其中输入(即地震动时程)对结构的地震动力响应具有重要影响。特别是当结构物的自振周期与地震动卓越周期相一致而产生共振时,容易造成结构物的破坏。结构的地震动输入在很大程度上受到其所在场地地形和地质的影响^[2],大量地震记录表明,局部场地因素对结构的地震响应具有显著影响,特别是对需要考虑地震动空间变化效应的长大结构,例如大跨桥梁、水坝、长距离隧洞以及高压输电塔系统等。因此,众多学者研究了考虑复杂场地效应的地震波场。如 Trifunac^[3]得到了平面 SH 波入射下半圆柱形峡谷散射频域解;Lee^[4]给出了半抛物线形峡谷的平面 SH

波散射频域解;柳国环等^[5-6]针对 V 形峡谷和 U 形均质峡谷,考虑土层折射效应,给出了多水平成层 V 形峡谷及层状圆弧峡谷和 U 形峡谷的 SH 波散射解析解。然而,地震波中不仅含有 SH 波,还含有 SV 波和 P 波等。对于实际工程场地来说,非均匀介质的层状特性对 P 波和 SV 波散射效应相比于 SH 波更为复杂。其原因在于 P 波和 SV 波在分层界面会发生波形转换,从而显著影响地形效应下的地震波频谱特性,并进一步会对结构地面动力响应产生较大影响。众多学者研究了这一课题,谷音等^[7]进行了地震 P 波和 SV 波斜入射下河谷地形的大跨桥梁动力反应研究,范立础等^[8]研究了大跨度斜拉桥在空间变化地震动作用下的响应特点。上述研究虽然考虑了地震波非一致激励作用下结构的地震响应,但输入的地震动大多是地表地震动。对长大结构而言,考虑空间相关的多点输入下的地震地下运动对结构响应分析而言更加合理。因此,本文在给出 SV 波入射双层圆弧峡谷的频域解的基础

上,采用传递函数及相干函数,进行了地下多点地震动的合成,并进行了多点地震动软件开发和验证;最后,结合某桥梁模型进行了多点地震动输入下桥梁的地震响应分析,并对双层圆弧形峡谷场地桥梁的多点输入破坏模式进行了探讨,分为 4 种工况重点分析了分层效应及峡谷效应对结构响应带来的影响。

人工多点地震动合成通常基于随机振动理论,主要考虑 3 个要素:自功率谱函数、相干函数和行波效应。当 SV 波入射双层圆弧峡谷场地时,利用波函数展开法表示 SV 波和 P 波势函数,并引入大圆弧假定来代替水平地表和内部分层界面。首先波势函数严格满足所有边界条件得到场地波函数的频域解。其次将此频域解作为自谱,联合圆弧峡谷的相干函数模型得到互谱,并构造出功率谱矩阵。由此得到 SV 波入射下的双层地层圆弧峡谷地下多点地震动。最后,本文基于推导得到的理论方法,针对跨圆弧峡谷场地的某座桥梁,进行 SV 波入射下考虑多点地震动输入的抗震分析,着重研究了峡谷地形与平坦地形以及分层效应与均匀场地介质的差异对结构内力的影响。

1 层状圆弧形峡谷场地 SV 波多点地震动模拟理论推导与实现方法

1.1 分层圆弧峡谷理论模型和竖向、水平边界条件

如图 1 所示,以二维 2 层半空间场地为例,假设每层介质都是均质、弹性、各向同性。上层定义为 V 层,下层定义为 S 层。每层介质的材料性质由拉梅系数 $\lambda_v, \lambda_s, \mu_v, \mu_s$ 以及质量密度 ρ_v, ρ_s 确定。在 2 层介质中 P 波与 SV 波相应的波速分别为 α_v, β_v 与 α_s, β_s 。在半空间场地中包含有一半圆形峡谷,圆弧半径为 a ,圆心在 o_1 点, V 层厚度为 H ,设坐标系原点位于圆弧峡谷的中心点。

问题的边界条件:

$$\tau_{rr}^v = \tau_{r\theta}^v = 0 \quad (\text{V 层平坦自由表面}, r_2 = R + H) \quad (1)$$

$$\tau_{rr}^v = \tau_{r\theta}^v = 0 \quad (\text{V 层峡谷自由表面}, r_1 = a, 0 < \theta_1 < \gamma_v) \quad (2)$$

$$\tau_{rr}^s = \tau_{r\theta}^s = 0 \quad (\text{S 层峡谷自由表面}, r_1 = a, \gamma_v < \theta_1 < \pi - \gamma_v) \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{rr}^v = \tau_{rr}^s, \tau_{r\theta}^v = \tau_{r\theta}^s & \quad (\text{交界面连续}, r_2 = R) \\ u_r^v = u_r^s, u_\theta^v = u_\theta^s & \quad (\text{交界面连续}, r_2 = R) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $\tau_{rr}, \tau_{r\theta}$ 分别为自由表面处的法向应力和切向应力, u_r, u_θ 分别为交界面处的法向位移和切向位移;上角标 v, s 分别代表 V 层和 S 层。

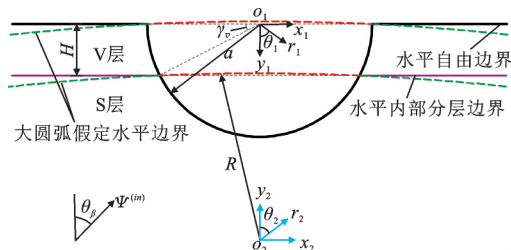


图 1 分层圆弧峡谷场地横截面模型

Fig. 1 Cross Section Model of a Circular-arc Layered Canyon Site

一圆频率为 ω 的平面 SV 波以入射角 θ_β 从半空间中入射,在直角坐标系 x_1-y_1 中可以用势函数表示为

$$\Psi^{(in)}(x_1, y_1) = \exp[ik_{s\beta}(x_1 \sin(\theta_\beta) - y_1 \cos(\theta_\beta)) - i\omega t] \quad (5)$$

式中: $i = \sqrt{-1}$; $k_{s\beta} = \omega/\beta_s$ 为横波波数。稳态情况下, $\exp(-i\omega t)$ 可以忽略。

1.2 峡谷场地波场及频域解推导

对峡谷场地自由波场求解的相关理论已经完善,本文仅给出散射波场的求解过程。采用 Lee 等^[9]的方法,利用一个圆心为 o_2 ,半径足够大的假想圆弧模拟自由表面与分层界面,这时得到一个假定极坐标系 (r_2, θ_2) 。分层界面产生的散射 P 波 $\varphi_{s(v)1}(r_2, \theta_2)$ 和散射 SV 波 $\Psi_{s(v)1}(r_2, \theta_2)$;圆弧峡谷地形产生的散射 P 波 $\varphi_{s(v)2}(r_1, \theta_1)$ 和散射 SV 波 $\Psi_{s(v)2}(r_1, \theta_1)$ 以及大圆弧假定产生的散射 P 波 $\varphi_{s(v)3}(r_2, \theta_2)$ 和散射 SV 波 $\Psi_{s(v)3}(r_2, \theta_2)$ 。它们在 2 个坐标系中分别按照傅里叶-贝塞尔级数的形式展开如下

$$\varphi_{s(v)1}(r_2, \theta_2) = \sum_{n=0}^{+\infty} J_n(k_{s(v)a}r_2)(P_{s(v)1,n}^{(2)} \cos(n\theta_2) + Q_{s(v)1,n}^{(2)} \sin(n\theta_2)) \quad (6)$$

$$\Psi_{s(v)1}(r_2, \theta_2) = \sum_{n=0}^{+\infty} J_n(k_{s(v)\beta}r_2)(S_{s(v)1,n}^{(2)} \sin(n\theta_2) + T_{s(v)1,n}^{(2)} \cos(n\theta_2)) \quad (7)$$

$$\varphi_{s(v)2}(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{+\infty} H_m^{(1)}(k_{s(v)a}r_1)(P_{s(v)2,m}^{(1)} \cos(m\theta_1) + Q_{s(v)2,m}^{(1)} \sin(m\theta_1)) \quad (8)$$

$$\Psi_{s(v)2}(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{+\infty} H_m^{(1)}(k_{s(v)\beta}r_1)(S_{s(v)2,m}^{(1)} \sin(m\theta_1) + T_{s(v)2,m}^{(1)} \cos(m\theta_1)) \quad (9)$$

$$\varphi_{s(v)3}(r_2, \theta_2) = \sum_{n=0}^{+\infty} J_n(k_{s(v)a}r_2)(P_{s(v)3,n}^{(2)} \cos(n\theta_2) + Q_{s(v)3,n}^{(2)} \sin(n\theta_2)) \quad (10)$$

$$\Psi_{s(v)3}(r_2, \theta_2) = \sum_{n=0}^{+\infty} J_n(k_{s(v)\beta}r_2)(S_{s(v)3,n}^{(2)} \sin(n\theta_2) + T_{s(v)3,n}^{(2)} \cos(n\theta_2))$$

$$T_{s(v)3,n}^{(2)} \cos(n\theta_2)) \quad (11)$$

式中: $H_m^{(1)}(*)$ 表示序数为 m 的第 1 类汉克尔函数; $J_n(*)$ 表示序数为 n 的第 1 类贝塞尔函数; $P_{s(v)1,n}^{(2)}$ 、 $Q_{s(v)1,n}^{(2)}$ 、 $S_{s(v)1,n}^{(2)}$ 、 $T_{s(v)1,n}^{(2)}$ 、 $P_{s(v)2,m}^{(1)}$ 、 $Q_{s(v)2,m}^{(1)}$ 、 $S_{s(v)2,m}^{(1)}$ 、 $T_{s(v)2,m}^{(1)}$ 、 $P_{s(v)2,n}^{(2)}$ 、 $Q_{s(v)2,n}^{(2)}$ 、 $S_{s(v)3,n}^{(2)}$ 、 $T_{s(v)3,n}^{(2)}$ 均为待定系数; $k_{s(v)\alpha}$ 和 $k_{s(v)\beta}$ 分别代表横波波数与纵波波数; 其中上标(1)或(2)代表其所处的坐标系, 下标 s 或 v 代表所处地层。

由于散射波场和自由波场都分别处于不同的坐标系中, 本文采用 Graf 加法公式^[10]进行坐标变换可以得到 2 个坐标系中对应未知系数的关系。此时, 系数矩阵仍未满秩。考虑到最终结果只需得到场地各点的位移并根据波势函数的数学性质, 可以将 $\varphi_{s(v)1}$ 和 $\varphi_{s(v)3}$ 、 $\Psi_{s(v)1}$ 和 $\Psi_{s(v)3}$ 联合求解, 至此可以得到满秩的方程组, 然后利用矩阵求解得到相应的未知系数, 进而得到场地位移显式解 $u_x(i\omega)$ 与 $u_y(i\omega)$, 具体见参考文献[11]。本文基于推导得到的理论解进行分层峡谷模型场地多点地震动程序开发及地上结构地震反应分析。

1.3 峡谷地表与地下相干函数

峡谷表面地震动位移时程 $U(t)$ 可表示为

$$U(t) = \sum_{\omega_l}^{\omega_u} u(i\omega) e^{-i\omega t} \quad (12)$$

式中: ω_u 和 ω_l 分别为截断频率的上限和下限。

在频域内, 假设 2 个观测站 k 、 l 的地面运动加速度记录分别为 $a_k(t)$ 、 $a_l(t)$, 其相干函数 $\rho_{kl}(\omega)$ 的定义为

$$\rho_{kl}(\omega) = \frac{S_{kl}(\omega)}{\sqrt{S_{kk}(\omega)S_{ll}(\omega)}} \quad (13)$$

式中: $S_{kk}(\omega)$ 、 $S_{ll}(\omega)$ 分别为 $a_k(t)$ 、 $a_l(t)$ 的自功率谱; $S_{kl}(\omega)$ 为 $a_k(t)$ 、 $a_l(t)$ 的互功率谱。

在随机振动过程中, k 、 l 两点的互功率谱矩阵可由下式计算

$$S_{kl}(i\omega) = \frac{\Delta t^2 F(U_k(t)) \overline{F(U_l(t))}}{2\pi L} \quad (14)$$

式中: $F(*)$ 为傅里叶变换; L 为时间矢量 T 的样本长度; Δt 为时间步长。

由上述第 1.2 节求得的 $u_x(i\omega)$ 与 $u_y(i\omega)$ 代入式(12)得到位移时程, 然后求导得到加速度时程, 进而得到各功率谱密度函数, 最后代入式(13)得到分层圆弧峡谷的相干函数模型。

1.4 峡谷自谱的地下传递与多点地震动模拟

为了得到分层圆弧峡谷地下点位的震动时程, 采用 2 次传递函数模型^[12]

$$S_{m^u m^u}(\omega) = \frac{1}{|H_m^c(\omega)|^2} \frac{1}{|H_{mm^u}^u(\omega)|^2} S_{m^f m^f}(\omega) \quad (15)$$

$$S_{m^u m^u}(\omega) = \sqrt{S_{m^u m^u}(\omega) S_{n^u n^u}(\omega)} \rho_{nm}(\omega) \cdot \exp\left(-\frac{i\omega d_{m^u n^u} \cos(\alpha)}{c}\right) \quad (16)$$

式中: $H_m^c(\omega)$ 表示峡谷表面点与平坦地表点之间的传递关系, 具体见文献[13]; $H_{mm^u}^u(\omega)$ 表示地震动在任意土层之间的传递函数, 具体见文献[14]; $d_{m^u n^u}$ 表示地下 2 个点 m 、 n 之间的距离; α 为 SV 波入射角度。

地下点位相干函数可由文献[14]计算, 此时可以得到地下点位功率谱密度矩阵

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} S_{11}(\omega) & S_{12}(\omega) & \cdots & S_{1n}(\omega) \\ S_{21}(\omega) & S_{22}(\omega) & \cdots & S_{2n}(\omega) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{n1}(\omega) & S_{n2}(\omega) & \cdots & S_{nn}(\omega) \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中: 对角线元素 $S_{jj}(\omega)$ 为自功率谱密度函数; 非对角线元素 $S_{ij}(\omega)$ 为互功率谱密度函数。

由于互谱矩阵 $S(\omega)$ 是 Hermitian 矩阵, 可对其进行 Cholesky 分解, 即

$$S(\omega) = L(\omega) L^{T*}(\omega) \quad (18)$$

式中

$$L(\omega) = \begin{bmatrix} L_{11}(\omega) & 0 & \cdots & 0 \\ L_{21}(\omega) & L_{22}(\omega) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ L_{n1}(\omega) & L_{n2}(\omega) & \cdots & L_{nn}(\omega) \end{bmatrix} \quad (19)$$

为了获得具有随机性的平稳振动过程^[15], 引入随机向量 $I_0 = [e^{i\varphi_1}, e^{i\varphi_2}, \cdots, e^{i\varphi_n}]^T$, 其中 φ_1 、 φ_2 、 $\cdots$ 、 φ_n 是在 $[0, 2\pi]$ 上服从均匀分布的随机相位角。另外互谱 $S(\omega)$ 还可以写为

$$S(\omega) = \frac{F(\omega) F^{T*}(\omega)}{\Delta\omega} \quad (20)$$

式中: $\Delta\omega$ 为傅里叶变换的圆频率步长; $F(\omega)$ 为 $U(t) = [U_1(t), U_2(t), \cdots, U_n(t)]$ 的傅里叶谱向量。

将式(20)与矩阵 $I_0 \cdot (I_0^T)^*$ 代入式(18)再写成显式格式, 得到时程

$$U_m(t_k) = \sum_{j=-N/2}^{N/2-1} \sum_{r=1}^m \sqrt{\Delta\omega} L_{mr}(\omega_j) \cdot \exp(i(\omega_j t_k + \varphi_{rj})) \quad (21)$$

式中: $U_m(t_k)$ 为第 m 个待生成位移时程在 k 个时刻的位移幅值; $m = 1, 2, \cdots, n$; $k = 1, 2, \cdots, N$; $\omega_j = j\Delta\omega$; $t_k = k\Delta t$ 。

此时已经获得分层圆弧峡谷场地的空间地下多点地震动模拟的平稳时程, 考虑到地震动具有时域非平稳特性, 此时可以乘以包络函数得到非平稳地震动场。本文包络函数选取 Jennings 模型^[16]

$$w(t)=\begin{cases}(t/t_1)^2 & t\leqslant t_1 \\ 1 & t_1<t<t_2 \\ e^{-c(t-t_2)} & t\geqslant t_2\end{cases}\quad(22)$$

式中： t_1 和 t_2 分别为强震持时的开始、终止时刻； c 为衰减系数。这 3 个常数都与场地条件有关。

2 峡谷场地 SV 波多点地震动模拟程序开发及可靠性验证

2.1 峡谷场地 SV 波多点地震动程序开发流程与代码编制

根据上述理论推导和方程求解,本文开发了 SV 波入射下分层圆弧峡谷场地多点地震动模拟软件。软件开发过程中重点通过初始峡谷地形几何尺寸、基岩力学参数以及参考点坐标等推导得到峡谷波场频域解,通过频域解得到峡谷地表与峡谷地下各点位移幅值比,这 2 步分别得到峡谷自功率谱函数和互功率谱函数。具体步骤见图 2。

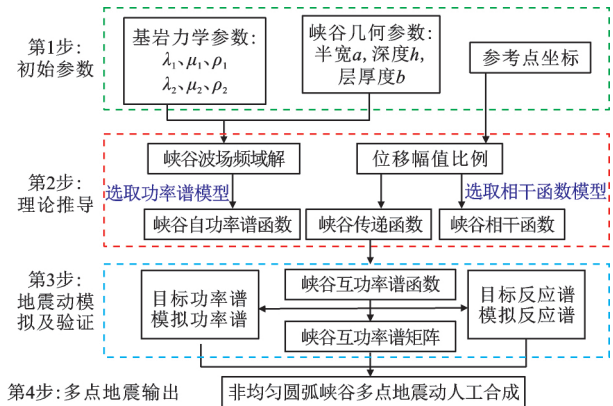


图 2 程序开发流程
Fig. 2 Flowchart of Program Development

地形参数及形状如表 1 和图 3,选取峡谷半坡面与峡谷底面为参考点,所对应的地下投影点为目标点,土层物理参数和目标点坐标分别见表 2 和图 3。地面加速度的功率谱密度函数采用 Clough-Penzien 谱^[17],空间各点的相干函数采用 Hao 模型^[18]。

表 1 峡谷几何参数
Table 1 Geometric Parameters of Canyon

峡谷参数	峡谷半径/m	峡谷深度/m	分层土厚度/m	SV 波入射角/(°)
数值	50	50	25	30

将上述各参数数值代入软件中计算,得到参照点的具有时域非平稳特性的水平向和竖向向模拟加速度时程,如图 4、5 所示。其中 PGA 代表加速度时程的峰值, σ^2 代表时程方差。

通过对比分析可以发现,以峡谷半坡表面(点

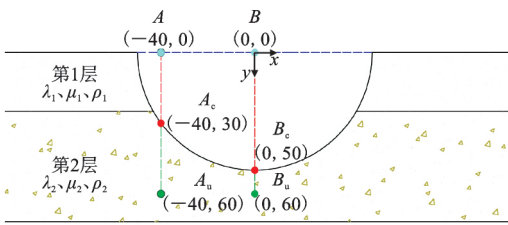


图 3 峡谷示意图及参考点坐标(单位:m)
Fig. 3 Sketch for the Canyon and Coordinates of Reference Points (Unit: m)

表 2 土层物理参数
Table 2 Physical Parameters of Soil Layers

土层	质量密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	Lame 系数	
		λ	μ
第 1 层	2 600	5.10×10^7	5.16×10^6
第 2 层	2 700	1.53×10^{10}	1.10×10^{10}

A)来分析, x 向和 y 向加速度峰值都表现出峡谷地下<峡谷表面<水平地表的规律,并且加速度的波动幅度也随着地层深度增加而减小。对于峡谷底部(点 B)来说, x 向加速度也呈现出上述规律,但是 y 向加速度峰值出现峡谷表面大于水平地表的现象,并且其方差也同样大于水平地表。这表明不同于 SH 波入射情况,当 SV 波入射时,场地中不仅产生横向加速度,也会产生纵向加速度;场地的层效应放大了地表加速度峰值荷载,但是由于 SV 波在分层界面的复杂散射效应,会产生某些点波场的波峰或者波谷叠加,出现峡谷表面纵向加速度峰值大于水平地表加速度峰值的现象。

图 6 显示了峡谷地表和地下各参考点之间的相干函数。其中,两点间水平向相干性较好,竖直向的相干性较差。峡谷场地的相干系数震荡比较剧烈,其原因是峡谷分层场地加剧了 SV 波的散射效应,诱导产生散射 P 波和散射 SV 波,而散射波不同于平面波的传播,其物理意义相当于增加了波源的个数,使得最终稳定波场的频谱成分远远比仅考虑平面波相干性复杂的多,由此可见,相干性关系与实际情况相一致。

为了分析峡谷分层效应对地震地面运动的影响,本文将峡谷 2 层的物理参数分别设置为相同数值来模拟均匀介质的情况。均匀介质与非均匀介质数值如表 3 所示。

限于篇幅,本文只给出了 A 点地表和地下的水平向加速度模拟。图 7 显示了均匀介质和非均匀介质的加速度时程对比。从图 7 可以看出,非均匀介质情况下,峡谷地表和峡谷地下的加速度峰值都大于均匀介质,从方差比值可以看出非均匀介质的波动幅值相较于均匀介质大。这是由于“层效应”导致

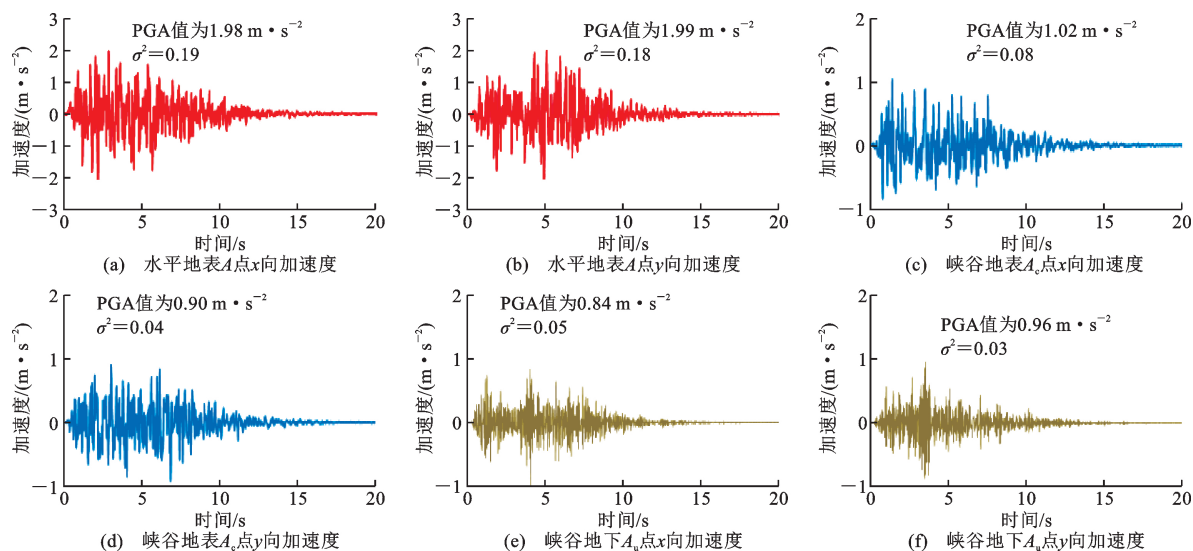


图4 水平地表、峡谷地表与峡谷地下点A的水平向与竖向模拟加速度时程

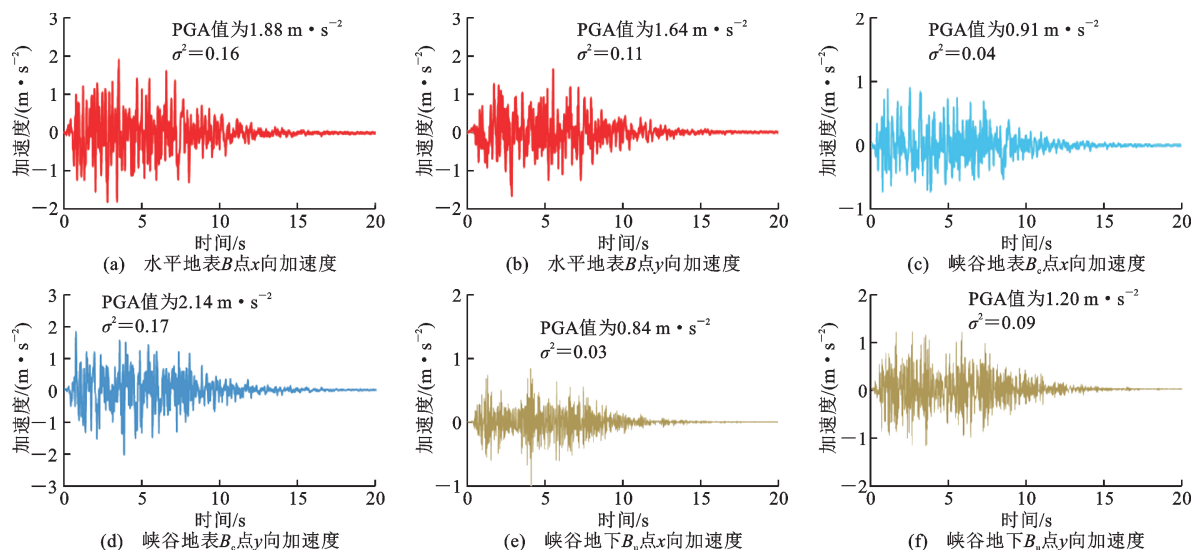
Fig. 4 Horizontal and Vertical Simulated Acceleration Time Histories of Point A
Located at Flat-surface, Canyon-surface and Underground Canyon

图5 水平地表、峡谷地表与峡谷地下点B的水平向与竖向模拟加速度时程

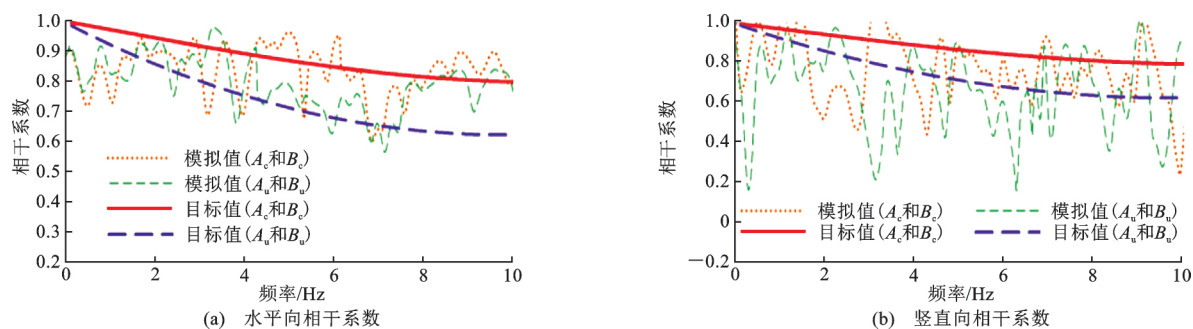
Fig. 5 Horizontal and Vertical Simulated Acceleration Time Histories of Point B
Located at Flat-surface, Canyon-surface and Underground Canyon

图6 峡谷表面与峡谷地下A点和B点相干系数对比

Fig. 6 Comparisons of Coherence Coefficients Between Point A and Point B Located at Canyon
Surface and Underground Canyon

表 3 均匀介质和非均匀介质土层物理参数
Table 3 Physical Parameters of Homogeneous and Inhomogeneous Soil Layers

均匀介质(场地未分层)				非均匀介质(场地分层)			
土层	质量密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	弹性模量 E/Pa	泊松比 ν	土层	质量密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	弹性模量 E/Pa	泊松比 ν
1	2 650	8.5×10^8	0.25	1	2 600	8.0×10^8	0.30
2	2 650	8.5×10^8	0.25	2	2 700	9.0×10^8	0.20

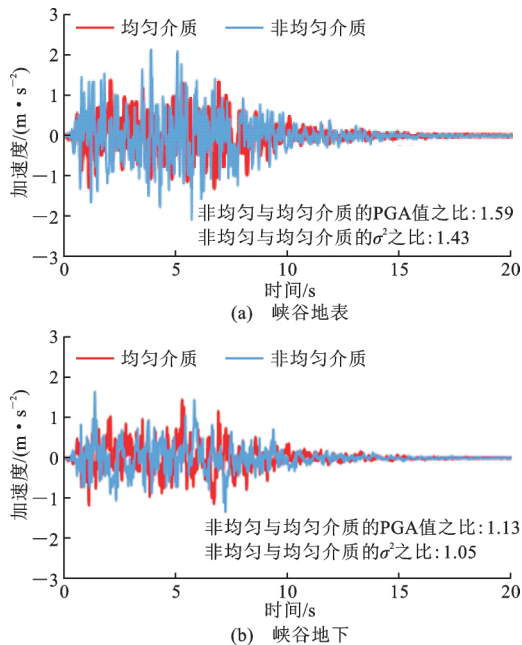


图 7 均匀介质和非均匀介质加速度时程对比
Fig. 7 Comparison of Acceleration Between Homogeneous Medium and Inhomogeneous Medium

的非均匀介质放大了地表地震动幅值。图 8 分别给出了图 7 中加速度时程的频谱关系。由图 8 可以看出,2 列加速度功率谱模拟都与目标谱相拟合,然而,均匀介质和非均匀介质的计算功率谱密度在频率上分布差异还是比较大,同一频率下功率谱密度值有显著差别。这进一步说明峡谷的分层效应不仅会改变从地下传到地表的地震动幅值,也会改变地表地震动的频谱特性。

2.2 可行性与可靠性验证

为了验证所开发程序的有效性,本节分别对峡谷地表和地下的计算功率谱和目标功率谱进行对比,并考察计算反应谱和模拟反应谱的拟合情况。

如图 9、10 所示,地表和地下地震动的计算功率谱和目标功率谱拟合较好。可以发现,地表与地下目标功率谱都没有剧烈波动现象,这是因为目标功率谱是具有统计特性的类似场地地震功率谱曲线的平均值,地下目标功率谱相较于地表功率谱出现轻微震荡是由于传递函数针对特定地质地层所导

致。计算功率谱出现剧烈震荡,主要原因是土层对不同频率成分波的能量吸收能力不同,分层效应和峡谷地形效应又加大了散射波场的频谱分布。

限于篇幅,本文只给出了 A 点和 B 点对应的地表与地下的加速度反应谱验证,具体见图 11。对于水平场地,本文以《公路工程抗震规范》(JTGB02—2013)中的加速度反应谱作为目标反应谱。地下目标反应谱根据式(23)来计算

$$\frac{R_u(\omega,\xi)}{R_f(\omega,\xi)}=H_{nm}^u(\omega,\xi)H_m^c(\omega,\xi) \tag{23}$$

式中: $R(\omega,\xi)$ 为目标反应谱,下标 $u、f$ 分别代表地下和水平地表。

从图 11 可以看出,由于峡谷地形与分层地质条件的出现,地表的目标谱与峡谷面上的目标谱差异巨大,峡谷表面目标谱在短周期的放大系数相比于地表目标谱要大;出现这种反常现象的原因主要在于 SV 波入射不规则地形地质条件下产生散射和转换为 P 波的现象,在介质内部,可能发生了不同波形的振动加强。水平场地目标反应谱光滑平稳,复杂地形目标反应谱由于传递函数的影响出现剧烈震荡。因此,当结构受到复杂地形下的地震激励时,考虑场地条件的多点反应谱方法对结构的动力响应分析就更为准确。对比 A 点、B 点的目标反应谱与模拟反应谱曲线,可以看出,不论地表还是地下,两者曲线拟合度很高,这更进一步说明上述结果的可靠性。

3 算例分析

本文算例场地条件设为双分层圆弧峡谷,上部结构采用文献[6]和文献[19]中的连续刚构桥梁。分析了峡谷效应、层效应以及多点激励差动效应对桥梁地震响应的影响。

3.1 工程概况与有限元模型

如图 12 所示,某连续刚构桥横跨一双分层圆弧峡谷,跨径体系采用 40 m+100 m+40 m;桥梁的曲率半径为 1 000 m,整个结构采用混凝土连续刚构体系。左墩高度 60 m,墩底埋深 20 m,右墩高度 75 m,墩底埋深 22 m,圆弧峡谷的半径为 80 m。本文桥梁参考文献[6]和文献[19],边界条件作以修正,横截面如图 13 所示。

基于桥梁的结构以及场地特征,工程有限元模型采用 SAP2000 建模,然后使用 SAP2ABAQUS 接口软件^[20]转为 ABAQUS 模型,并结合二次开发子程序 TJU. Plastic-E^[21]进行结构的弹塑性分析。模型的主体部分包括梁体、左右混凝土高墩以及梁

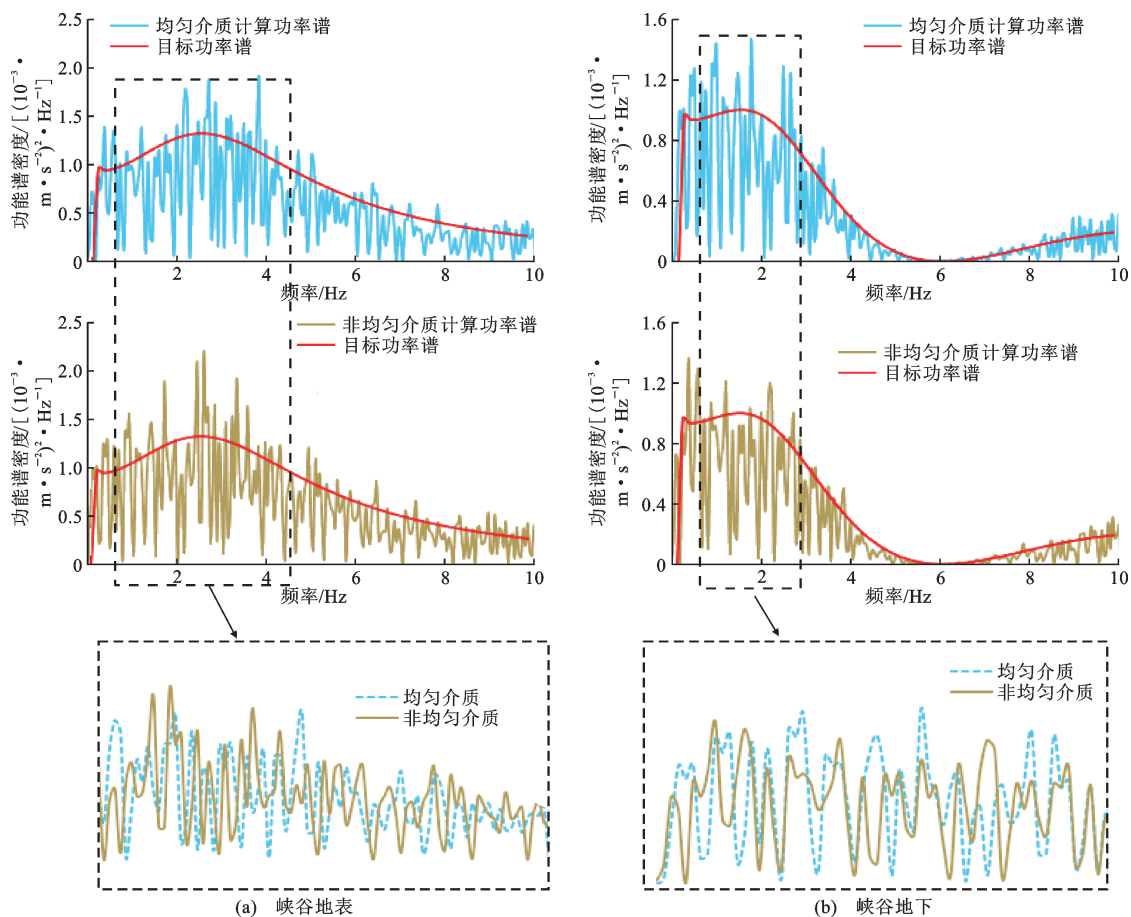


图 8 均匀介质和非均匀介质功率谱密度函数对比

Fig. 8 Comparison of PSD Between Homogeneous Medium and Inhomogeneous Medium

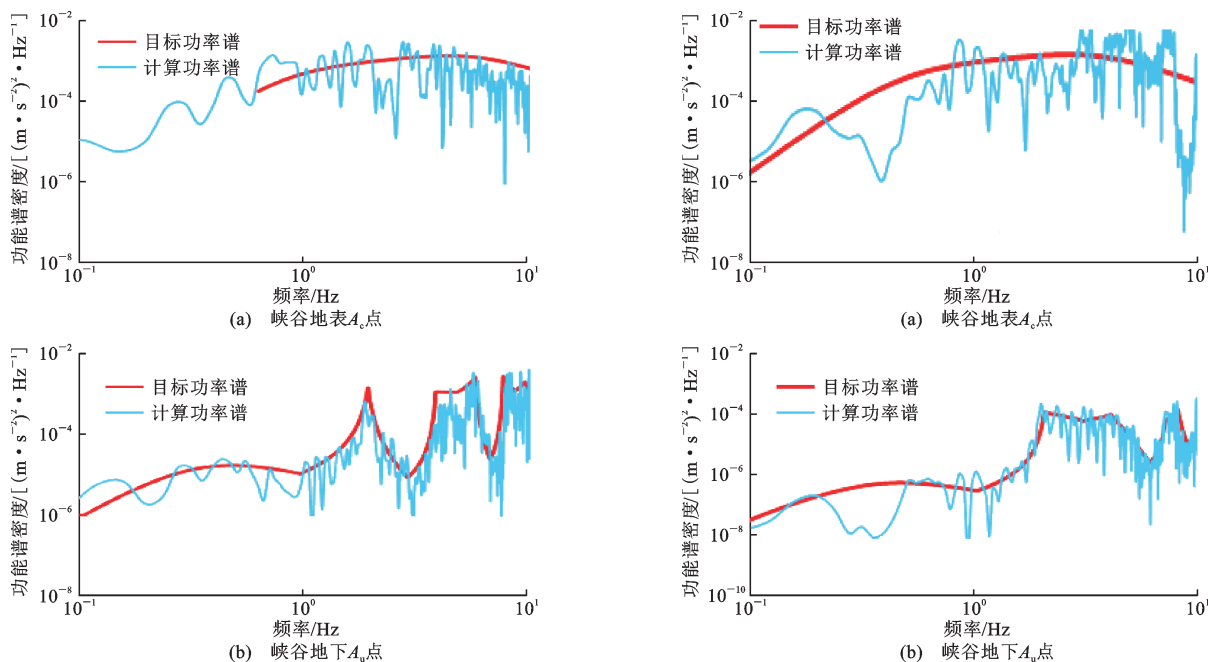


图 9 A 点水平向加速度的目标功率谱与计算功率谱对比
Fig. 9 Comparisons Between Target and Simulated Power Spectrum Density of Horizontal Acceleration of Point A

图 10 A 点竖向加速度的目标功率谱与计算功率谱对比
Fig. 10 Comparisons Between Target and Simulated Power Spectrum Density of Vertical Acceleration of Point A

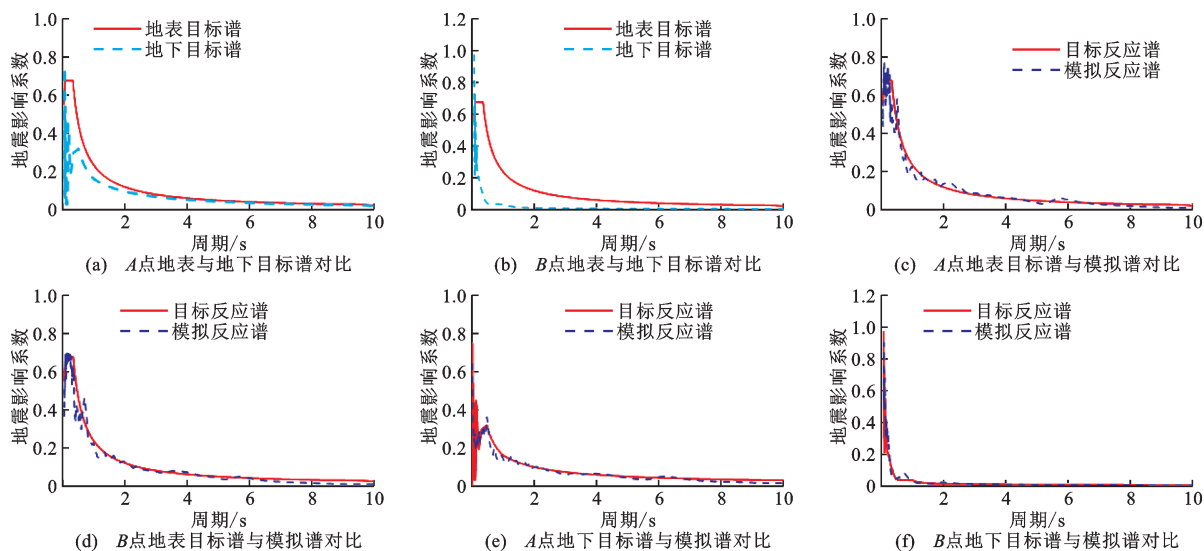


图 11 不同场地的参考点反应谱对比验证

Fig. 11 Comparison of Reference Points Response Spectra of Different Sites

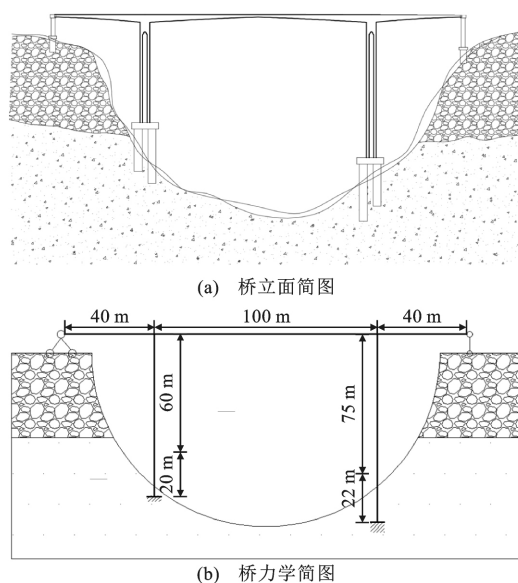


图 12 跨越分层圆弧峡谷连续刚构桥

Fig. 12 Continuous-girder Steel Bridge Over a Layered Circular-arc Canyon with Two Layers

体内部的预应力钢筋。梁体采用实体单元建模,桥墩采用纤维梁单元建立,其中纤维梁单元模拟桥墩的钢筋混凝土结构的本构关系如图 14 所示。

桥墩采用 C55 混凝土,预应力钢筋采用 HRB335。桥墩底部与场地土固结全约束,梁体两侧只施加竖向位移约束和绕桥向的转动约束。整个桥梁结构的有限元模型如图 15 所示。

3.2 桥梁的自振特性

结构的模态分析是动力分析的基础。在对结构进行动力响应分析时,不仅要考虑外界作用,也要考虑结构的自振特性。模态分析的目的就是为了了解

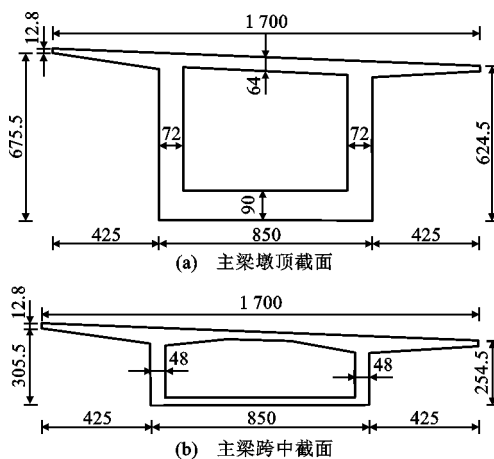


图 13 主梁截面示意(单位:cm)

Fig. 13 Sections of the Main Girder (Unit: cm)

结构的基本动力特征,从而得到结构自身振动周期以及振型特征等。本文采用 ABAQUS 中的子空间迭代法进行桥梁的模态提取,在有限元模型上考虑自重荷载。考虑到篇幅影响,图 16 仅给出模型的前 4 阶模态,各阶模态的频率和振型特征列于表 4。

3.3 工况设置及多点地震动输入

SV 波入射双层圆弧峡谷导致的地震动空间变异性主要原因在于峡谷效应和层效应。为了分析这 2 个因素对大跨桥梁的地震动影响,分别设置不同工况的地震动数据作为对比输入。设计工况及实现方式如表 5 所示。

地震动的输入方式采用多点激励加速度时程输入,分别分析平坦地形无散射效应、无层效应、无峡谷效应以及分层圆弧峡谷效应下模拟地震波输入结构的地震动动力响应。假定地震波从基岩处沿纵桥向

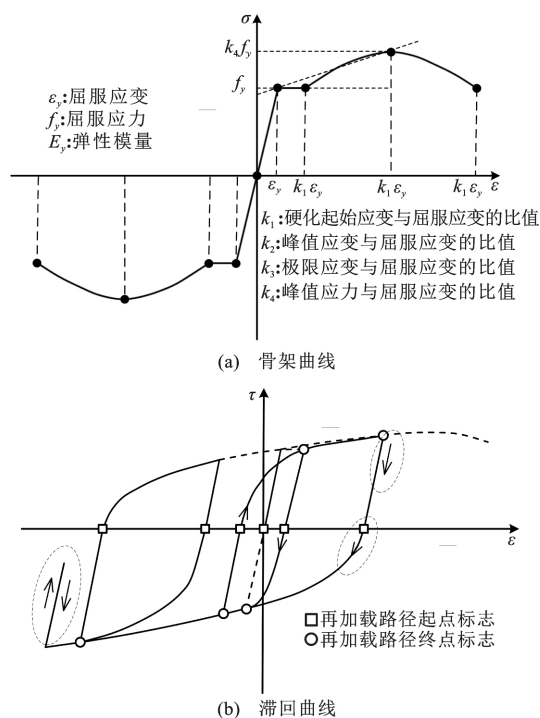


图 14 钢筋的本构骨架曲线和滞回曲线

Fig. 14 Envelop and Hysteresis Curves of Steel Constitutive

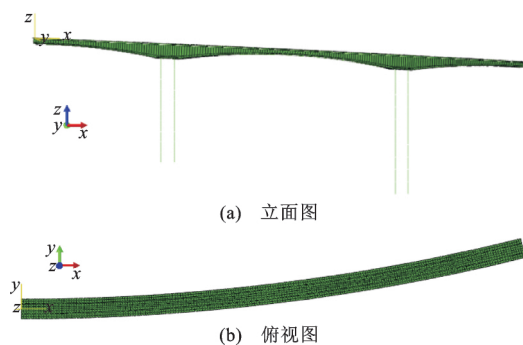


图 15 桥梁的有限元模型

Fig. 15 Finite Element Model of the Bridge

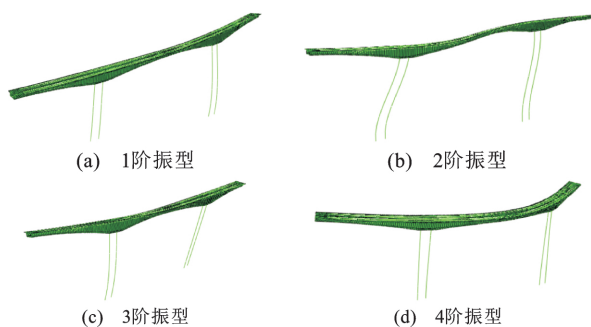


图 16 桥梁的模态分析

Fig. 16 Model Analysis of the Bridge

平面传播,对于模型所在坐标系而言,考虑到 SV 波振动极化方向,桥墩支点的振动方向仅在 xOz 平面。输入地震波之前首先对地震波进行归一化处理,即

表 4 前 4 阶自振特性

Table 4 First Four Orders of Free Vibration Characteristics

模态阶数	频率/Hz	自振特性
1	2.944	右墩横向弯曲
2	4.121	梁体竖向弯曲,左墩侧弯
3	5.112	左墩横向弯曲
4	9.385	梁体横向弯曲

表 5 工况设置

Table 5 Working Conditions

工况序号	分析内容	实现方式
1	不考虑峡谷效应和层效应	峡谷半径设为 0,第 1 层和第 2 层介质物理参数相等
2	仅考虑峡谷效应	仅将第 1 层和第 2 层介质物理参数设为相同数值
3	仅考虑层效应	仅将峡谷半径设为 0
4	考虑峡谷和分层耦合效应	正常输入

对每一组地震波时程数据除以这组数据中的最大值,然后再对归一化数据考虑 4 种幅值分别为 $0.2g$ 、 $0.4g$ 、 $0.6g$ 和 $2.0g$ 。激励方向为水平顺桥向。

3.4 分层跨圆弧峡谷桥梁的地震响应计算、分析与比较

本节计算了桥梁在各个工况下的抗震响应,选取桥梁的多个位置作为参考点,并记录各参考点的位移,见表 6~9。

通过对比工况 1 和工况 2、3 可以发现,均匀介质平坦地形场地和仅考虑峡谷效应及层效应 3 种情况下,桥梁抗震响应明显不同。 $0.2g$ 、 $0.4g$ 、 $0.6g$ 幅值下,峡谷效应导致的顺桥向位移相比平坦地形分别增大了 175.7%、152.6%、83.4%;层效应相比平坦地形桥梁顺桥向位移分别增大了 193.8%、188.2%、94.0%。这表明峡谷效应和层效应都不同程度放大了结构的抗震位移反应。通过对比工况 1 和工况 4 可以发现:峡谷地形与分层介质耦合效应导致顺桥向位移在 $0.2g$ 、 $0.4g$ 、 $0.6g$ 加速度幅值下分别增大了 192.8%、187.9%、119.5%, $0.2g$ 和 $0.4g$ 加速度情况下工况 4 最大位移小于工况 3,但 $0.6g$ 加速度幅值情况下,工况 4 最大位移大于工况 3。这表明同时考虑峡谷效应和层效应对结构的影响并不是 2 个效应简单的叠加,它们导致介质内部地震波的散射并互相产生波的干涉现象,形成耦合效应,从而对结构响应产生影响。

为了研究峡谷地震差动对结构内部受力的影响,本文将 $0.6g$ 加速度下工况 1 和工况 4 的桥梁跨

表 6 工况 1 下桥梁最大位移
Table 6 Maximum Displacement of Bridges Excited by Case 1

结构 位置	不同加速度对应的最大位移/m								
	顺桥向			横桥向			竖向		
	0.2g	0.4g	0.6g	0.2g	0.4g	0.6g	0.2g	0.4g	0.6g
左墩墩顶	0.061 4	0.083 3	0.134 4	0.070 4	0.081 2	0.106 0	0.006 1	0.013 0	0.025 1
右墩墩顶	0.061 0	0.082 2	0.138 2	0.057 1	0.099 1	0.109 2	0.005 3	0.008 4	0.030 9
梁体左端	0.061 1	0.083 3	0.138 7	0.070 7	0.083 4	0.118 3	0.005 4	0.012 0	0.073 7
梁体跨中	0.061 0	0.082 4	0.139 2	0.078 3	0.087 4	0.109 6	0.001 7	0.027 8	0.062 8
梁体右端	0.060 8	0.082 2	0.138 8	0.060 8	0.088 4	0.098 2	0.002 3	0.034 5	0.078 6

表 7 工况 2 下桥梁最大位移
Table 7 Maximum Displacement of Bridges Excited by Case 2

结构 位置	不同加速度对应的最大位移/m								
	顺桥向			横桥向			竖向		
	0.2g	0.4g	0.6g	0.2g	0.4g	0.6g	0.2g	0.4g	0.6g
左墩墩顶	0.169 4	0.205 9	0.253 7	0.036 4	0.063 4	0.078 4	0.038 3	0.054 1	0.074 2
右墩墩顶	0.169 1	0.210 4	0.258 1	0.038 2	0.057 4	0.093 6	0.004 8	0.010 4	0.034 0
梁体左端	0.156 8	0.207 3	0.260 8	0.102 1	0.114 8	0.157 4	0.053 4	0.073 3	0.090 6
梁体跨中	0.157 3	0.206 2	0.258 8	0.094 9	0.107 4	0.134 5	0.023 9	0.053 9	0.091 3
梁体右端	0.169 3	0.209 1	0.257 9	0.036 8	0.067 3	0.084 3	0.038 7	0.064 1	0.084 2

表 8 工况 3 下桥梁最大位移
Table 8 Maximum Displacement of Bridges Excited by Case 3

结构 位置	不同加速度对应的最大位移/m								
	顺桥向			横桥向			竖向		
	0.2g	0.4g	0.6g	0.2g	0.4g	0.6g	0.2g	0.4g	0.6g
左墩墩顶	0.174 4	0.221 9	0.261 7	0.017 8	0.038 4	0.051 4	0.017 3	0.030 2	0.068 1
右墩墩顶	0.180 4	0.240 5	0.262 3	0.010 5	0.036 6	0.056 2	0.010 9	0.031 9	0.054 2
梁体左端	0.175 6	0.216 9	0.270 1	0.011 4	0.032 1	0.084 2	0.015 4	0.035 7	0.062 4
梁体跨中	0.179 7	0.217 0	0.269 4	0.011 1	0.032 4	0.104 3	0.016 4	0.026 9	0.060 7
梁体右端	0.175 6	0.221 6	0.258 9	0.011 3	0.032 5	0.062 4	0.015 7	0.026 1	0.059 7

表 9 工况 4 下桥梁最大位移
Table 9 Maximum Displacement of Bridges Excited by Case 4

结构 位置	不同加速度对应的最大位移/m								
	顺桥向			横桥向			竖向		
	0.2g	0.4g	0.6g	0.2g	0.4g	0.6g	0.2g	0.4g	0.6g
左墩墩顶	0.175 7	0.234 1	0.301 4	0.010 8	0.051 4	0.071 2	0.013 4	0.038 9	0.057 7
右墩墩顶	0.176 6	0.227 4	0.310 2	0.010 7	0.048 9	0.078 6	0.013 9	0.042 1	0.067 3
梁体左端	0.179 3	0.229 8	0.308 4	0.010 5	0.061 3	0.069 6	0.015 2	0.041 3	0.064 8
梁体跨中	0.176 8	0.230 3	0.299 1	0.013 3	0.062 1	0.080 1	0.011 4	0.036 5	0.059 2
梁体右端	0.179 8	0.236 3	0.305 6	0.012 9	0.059 4	0.071 1	0.012 3	0.037 6	0.070 4

中位置的钢筋应力时程曲线提取出来(图 17)。从图 17 可以看出:在无散射效应平坦地表(工况 1)人工波激励下,梁体跨中钢筋的轴应力在地震前期波动幅值较大,但是在地震时程衰减阶段轴应力逐渐减小接近于初始应力状态;相反在分层峡谷散射效应(工况 4)人工波激励下,随着振动的持续,跨中钢筋的轴应力波动增大,在地震结束时也残留较大的

应力。这表明考虑场地散射效应的差动激励导致结构不同支点的差动,进而造成了结构内部位移的不同步,也相应增大了结构应力。
3.5 罕遇地震作用下跨圆弧峡谷桥梁的破坏过程
一些大跨度结构通常建立在高山深谷的场地上,这些地区通常是罕见地震频发地区,地震加速度可能远大于规范设防烈度规定的加速度峰值。为了找到

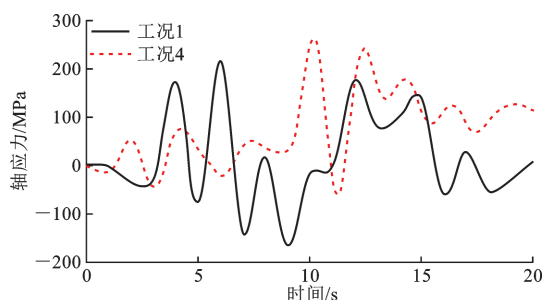


图 17 梁体跨中钢筋轴应力时程曲线对比

Fig. 17 Comparison of Axis Stress Time-history Curves of Reinforcement Bars in Middle of the Bridge

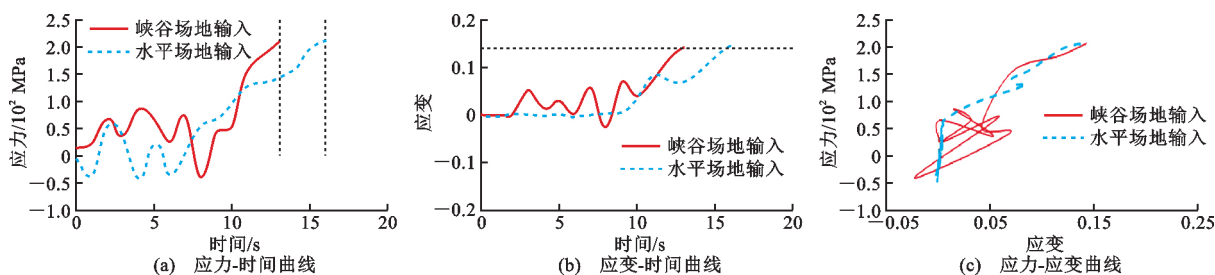


图 18 左墩上部钢筋应力、应变对比

Fig. 18 Comparison of Strain and Stress of Steel Bar in Upper Part of Left Pier

图 19 为结构在 $2.0g$ 幅值地震动输入下的破坏过程。由图 19 可以发现:破坏最早开始于桥梁的左墩中上部,在地震发生后的 3.1 s 时左墩中上部发生屈服;随着地震进行,使桥墩内力逐渐增加,左墩

结构在罕见地震作用下的破坏薄弱部位,本节场地选用工况 4,地震动输入幅值设为 $2.0g$ 。大部分震害表明连续刚构桥在地震灾害中不易产生塌落破坏,通常由于桥墩发生局部屈服而造成结构的整体坍塌。

图 18 给出了峡谷场地和水平场地地震作用下左墩上部最早发生破坏的钢筋应力、应变对比结果。由图 18 可以发现:峡谷场地地震激励下钢筋的破坏时间要小于水平场地情况,并且峡谷场地激励下的钢筋应变的波动幅值较大,这可能会使钢筋提前进入屈服,产生疲劳破坏。这表明峡谷地形场地输入下的桥梁产生破坏的时间提前。

屈服现象向下延展,右墩中部也产生屈服,梁体的跨中出现扭转;之后结构的内力与位移进一步增加,桥梁跨中随之向下弯曲,左墩和右墩完全破坏,主梁在失去支撑后结构完全塌落。

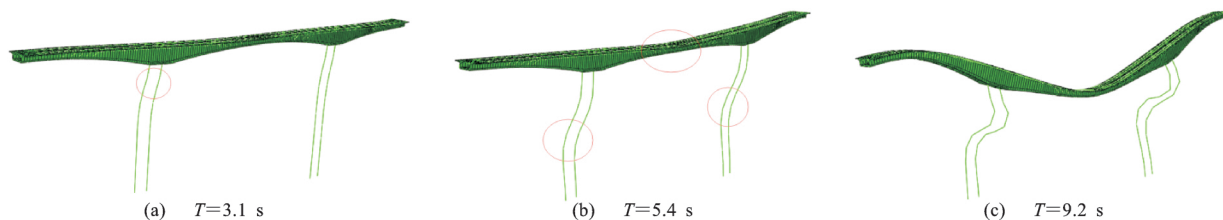


图 19 罕见地震作用下桥梁破坏过程

Fig. 19 Bridge Failure Process Under Rare Earthquake

4 结 语

本文在理论推导和求解 SV 波入射下分层圆弧峡谷的散射效应频域解基础上,编制和开发了 SV 波入射下层状圆弧峡谷场地多点地震动的人工合成程序,并通过数值计算进行了软件可靠性验证。最后探讨了分层圆弧峡谷场地对桥梁结构的地震响应以及罕遇地震下的破坏过程,简要总结如下:

(1)在求解得到的 SV 波入射层状圆弧峡谷空间位置的频域解基础上,根据规范谱确定了层状圆弧峡谷场地的地震动功率谱矩阵的自谱。联合自谱、频域解以及相干函数得到场地的互谱,从而形成了层状圆弧峡谷场地多点地震动功率谱矩阵。

(2)分层与峡谷场地的耦合效应对地震地面运

动的显著影响,处在该类场地的结构地震反应明显受到层效应和峡谷效应的影响,传统均匀介质假设带来的分析误差应该受到重视。

(3)SV 波入射下的峡谷地形效应不容忽视,散射效应会显著增加峡谷中桥梁结构的内力。在罕遇地震时,同水平场地相比,分层圆弧峡谷场地地震动输入下的桥梁破坏更为严重。

(4)实际场地通常具有多层沉积特征,沉积层的介质属性往往会发生变化,因此针对多层介质模型以及介质变换所导致的多点地震动值得进一步研究。

参考文献:

References:

[1] 柳国环,赵大海.地震差动与结构非线性输出——方

- 法、程序开发及实践[M]. 北京:科学出版社,2016.
- LIU Guo-huan, ZHAO Da-hai. Method, Program Development and Practice for Spatially Variable Earthquake Motions and Structural Nonlinear Analysis [M]. Beijing: Science Press, 2016.
- [2] 苏亮,邵寿磊.多点地震输入的反应谱法研究[J]. 工程力学,2014,31(12):83-88.
- SU Liang, SHAO Shou-lei. Research on Response Spectrum Method for Multi-support Seismic Excitations [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31 (12): 83-88.
- [3] TRIFUNAC M D. Scattering of Plane SH Waves by a Semi-cylindrical Canyon [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1972, 1 (3): 267-281.
- [4] LEE V W. Scattering of Plane SH Waves by a Semi-Parabolic Cylindrical Canyon in an Elastic Half-space [J]. Geophysical Journal International, 1990, 100 (1): 79-86.
- [5] 柳国环,冯啸.跨越 V 形峡谷的桥梁抗震分析:多水平成层非均匀介质 V 形场地多点地震动模拟[J]. 中国公路学报,2017,30(12):150-158.
- LIU Guo-huan, FENG Xiao. Analysis of Seismic Response for Bridges Located on a V-shaped Canyon: Simulation of Multi-support Seismic Motions in a V-shaped Canyon with Inhomogeneous Multi-layer Topography [J]. China Journal of Highway and Transport, 2017, 30 (12): 150-158.
- [6] LIU G H, FENG X, LIAN J J, et al. Simulation of Spatially Variable Seismic Underground Motions in U-Shaped Canyons [J]. Journal of Earthquake Engineering, 2019, 23 (3): 463-486.
- [7] 谷音,江梦霞,卓卫东,等.考虑地震波斜入射下河谷地形的大跨桥梁动力反应研究[J]. 福州大学学报:自然科学版,2013,41(4):517-522.
- GU Yin, JIANG Meng-xia, ZHUO Wei-dong, et al. Seismic Response Analysis of Long-span Bridges Subjected to Spatially Non-uniform Seismic Ground motions [J]. Journal of Fuzhou University: Natural Science Edition, 2013, 41(4): 517-522.
- [8] 范立础,王君杰,陈玮.非一致地震激励下大跨度斜拉桥的响应特征[J]. 计算力学学报,2001,18(3):358-363.
- FAN Li-chu, WANG Jun-jie, CHEN Wei. Response Characteristics of Long-span Cable-stayed Bridges Under Non-uniform Seismic Action [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2001, 18 (3): 358-363.
- [9] LEE V W, CAO H. Diffraction of SV Waves by Circular Canyons of Various Depths [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1989, 115 (9): 2035-2056.
- [10] ABRAMOWITZ M, STEGUN I A. Handbook of Mathematical Functions, with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables [M]. 9th ed. New York: Dover Publications, 1970.
- [11] LIU G H, JIANG D L. Layer-effect on Variable Seismic Ground Motions of SV-wave Scattered by a Double-stratified Circular-arc Crossing by Layer-interface [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2020, 129: 1-10.
- [12] 柳国环,马杰,冯啸.多水平成层的非均匀介质圆弧峡谷地下多点地震动模拟[J]. 计算力学学报,2018,35(4):473-479.
- LIU Guo-huan, MA Jie, FENG Xiao. Simulation of Spatially Variable Underground Seismic Motions in Circular-arc Canyons with Horizontally-layered in Inhomogeneous Medium [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2018, 35 (4): 473-479.
- [13] WU Y X, GAO Y F, ZHANG N, et al. Simulation of Spatially Varying Ground Motions in V-shaped Symmetric Canyons [J]. Journal of Earthquake Engineering, 2016, 20 (6): 992-1010.
- [14] LIU G H, LIAN J J, LIANG C, et al. An Effective Approach for Simulating Multi-support Earthquake Underground Motions [J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2017, 15 (11): 4635-4659.
- [15] 杨庆山,田玉基.地震地面运动及其人工合成[M]. 北京:科学出版社,2014.
- YANG Qing-shan, TIAN Yu-ji. Earthquake Ground Motions & Artificial Generation [M]. Beijing: Science Press, 2014.
- [16] JENNINGS P C, HOUSNER G W, TSAI N C. Simulated Earthquake Motions [R]. Pasadena: Earthquake Engineering Research Laboratory, 1968.
- [17] CLOUGH R W, PENZIEN J, GRIFFIN D S. Dynamics of Structures [J]. Journal of Applied Mechanics, 2014, 44 (2): 366.
- [18] OLIVEIRA C S, HAO H, PENZIEN J. Ground Motion Modeling for Multiple-input Structural Analysis [J]. Structural Safety, 1991, 10 (1-3): 79-93.
- [19] 柳国环,冯啸,江大来.跨越 V 形峡谷桥梁多层介质效应的多点激励破坏模式[J]. 中国公路学报,2019,32(8):101-113.
- LIU Guo-huan, FENG Xiao, JIANG Da-lai. Failure Mode of Bridges Suffering Multi-support Excitation in the V-shaped Canyon with Multi-layer Topography [J]. China Journal of Highway and Transport, 2019, 32 (8): 101-113.
- [20] 柳国环,练继建,国巍.结构动力弹塑性与倒塌分析(II)——SAP2ABAQUS 接口技术、开发与验证[J]. 地震研究,2014,37(1):132-140.
- LIU Guo-huan, LIAN Ji-jian, GUO Wei. Elastoplasticity and Collapse Analysis for Large-span and High-rise Structure (II) —Technology, Development and Verification of SAP2ABAQUS Interface [J]. Journal of Seismological Research, 2014, 37 (1): 132-140.
- [21] 柳国环,练继建,国巍.结构动力弹塑性与倒塌分析(I)——滞回曲线改进、ABAQUS 子程序开发与验证[J]. 地震研究,2014,37(1):123-131,172.
- LIU Guo-huan, LIAN Ji-jian, GUO Wei. Elastoplasticity and Collapse Analysis for Large-span and High-rise Structure (I) —Hysteresis Relationship Improvement, Abaqus Subroutine Development and Verification [J]. Journal of Seismological Research, 2014, 37 (1): 123-131, 172.