

DOI: 10.7511/jslx20200509001

覆水饱和双相介质圆弧场地 P 波激励下 散射问题的理论解

柳国环*, 黄伟伟, 李鑫洋

(天津大学 建筑工程学院, 天津 300350)

摘要:采用波函数展开法对平面 P 波入射复杂水域地形的空间变异性地震动场进行研究, 该水域地形具有覆水层、饱和双相介质、场地非平坦以及第二类分层(场地跨越分层界面)等属性。首先, 依据地震波反射和透射特性推导直角坐标系下的自由波场分布; 然后, 根据场地属性并引入大圆弧法分析极坐标系下的含有待定系数的散射波场; 进而, 结合土-水界面和饱和土层界面边界条件, 求解散射波场中的待定系数; 最后, 通过自由波场和散射波场得到覆水饱和双相介质圆弧场地波函数理论解。基于理论解, 通过算例验证了理论推导的合理性及可靠性, 分析了地表位移在不同入射条件下的差异性。结果表明, 相对于均匀介质, 饱和双相介质会显著影响地表位移分布。此外, 入射波频率和角度对地震地面运动特性也有较大的影响。

关键词:地震动; 理论解; 波函数展开法; 平面 P 波; 饱和双相介质

中图分类号: P315; O347.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-4708(2021)02-0206-09

1 引言

当前国内水域环境下长大工程日趋增多, 如翔安海底隧道(海域段长 4.2 km)和港珠澳大桥海底隧道(海域段长 5.6 km)等。长大结构地震反应分析的科学性依赖于地震动输入的合理性, 地震动输入的合理性又直接体现在场地因素对地震动的影响。对于水域长大结构抗震研究, 需要考虑地震动输入在不同位置的差异性, 即空间变异性^[1]。因此, 准确反映场地特性的空间相关多点地震动场对水域长大结构的地震响应分析至关重要。

关于场地因素的地震动场研究, Trifunac 等^[2-4]率先采用 Fourier-Bessel 级数展开法研究 SH 波在圆弧状峡谷和沉积河谷地下的散射。袁晓铭等^[5]给出了圆弧形凹陷地形对平面 SH 波散射问题的级数解答。Cao 等^[6,7]采用波势函数展开法得到了 P 波和 SV 波入射凹陷地形的波函数解析解; 梁建文等^[8,9]研究了 P 波和 SV 波入射圆弧形沉积谷场地下的动力响应。此后, 众多国内外学者^[10-13]对更加复杂地形的地震波场做了进一步的研究。柳国环^[14,15]研究了 SH 波入射非均匀介质 V 形和圆

弧形峡谷的多点地震动模拟方法, 引入第二类分层效应, 并开发了相应的多点地震动模拟程序。该研究在本质上考虑的是单相介质地震波场, 并不完全适合水域长大结构的抗震研究, 但为更加复杂覆水场地地震动理论研究奠定了基础。对覆水场地地震动模型进行研究, 需要在单相介质地震动研究的基础上引入 Biot 理论^[16], 并考虑场地非平坦效应。李伟华等^[17,18]基于饱和圆弧凹陷地形给出了 P 波和 SV 波的地表位移解析解。Liu 等^[19-21]提出一种有效的模拟地震地下运动的方法, 并针对无覆水以及覆水饱和多层场地生成了地下多点地震动模型。目前, 现有研究成果对于更加复杂水域地形(同时考虑覆水层、双相介质、分层效应和非平坦等场地特性)地震波场的讨论还比较少。

为了给复杂水域地形环境下的长大结构提供科学合理的地震动输入, 本文研究了 P 波入射覆水饱和双相介质圆弧场地地震响应的理论解。研究的基本思路为, (1) 在直角坐标系下推导并得到覆水多层平坦场地的地震波场分布, 并用 Fourier-Bessel 级数展开为自由波场; (2) 在极坐标系下采用波函数展开法, 代入边界条件, 求解含有待定系数的散射波场; (3) 通过自由波场和散射波场得到场地地表位移幅值分布。研究旨在为复杂水域地形环境下长大结构的抗震分析提供理论基础。

收稿日期: 2020-05-09; 修改稿收到日期: 2020-09-15.

基金项目: 国家自然科学基金(51778414; 51978461)资助项目.

作者简介: 柳国环(1980-), 男, 博士, 副教授

(E-mail: liugh@tju.edu.cn)

2 场地模型与基本理论

2.1 覆水饱和双相介质圆弧场地模型

场地模型如图 1 所示,在圆弧场地的圆心处建立平面直角坐标系。一列圆频率为 ω , 入射角为 α_{1d} 的 P 波由底部入射覆水饱和双相介质圆弧场地,入射波的势函数 $\Psi_i(x, y)$ 表示为

$$\Psi_i = e^{i(\omega t - k_{1d}x \sin \alpha_{1d} + k_{1d}y \cos \alpha_{1d})} \quad (1)$$

式中 t 为时间因子, k 为波数, $i = \sqrt{-1}$, 下标 1 表示 P_1 波, 下标 d 表示 d 层的物理参数。

本文场地模型的最上层为覆水层, 中间的 u 层和底部的 d 层均为弹性和各向同性且均匀的饱和土层(双相介质)。

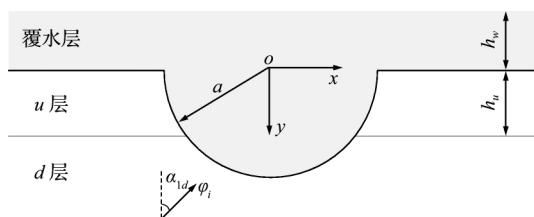


图 1 覆水饱和双相介质圆弧场地
Fig. 1 Circular-arc site in layered saturated two-phase media with overlying water

2.2 饱和双相介质波动方程基本理论

依据 Biot 多孔介质波动理论^[15], 双相介质波动方程可以表示为

$$\begin{cases} N \nabla^2 u + \nabla [(A+N) \nabla \cdot u + Q \nabla \cdot U] = \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} u + \rho_{12} U) + \eta \frac{\partial}{\partial t} (u - U) \\ \nabla (Q \nabla \cdot u + R \nabla \cdot U) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} u + \rho_{22} U) - \\ \eta \frac{\partial}{\partial t} (u - U) \end{cases} \quad (2)$$

式中 u 为土骨架的位移, U 为孔隙水的位移, η 为耗散系数, A, N, Q 和 R 分别为弹性常数, 且 ρ_{11} , ρ_{12} 和 ρ_{22} 分别为动力质量系数, 均可通过文献[21]计算得到。

饱和双相介质中的波势函数表示为

$$\begin{cases} \phi_n = E_n e^{i(\omega t - k_n x \sin \theta + k_n y \cos \theta)} + F_n e^{i(\omega t - k_n x \sin \theta - k_n y \cos \theta)} \\ \Psi_3 = E_3 e^{i(\omega t - k_3 x \sin \theta + k_3 y \cos \theta)} + F_3 e^{i(\omega t - k_3 x \sin \theta - k_3 y \cos \theta)} \end{cases} \quad (n=1, 2) \quad (3)$$

式中 ϕ 和 Ψ 分别为 P 波和 SV 波的势函数, E 和 F 分别为上行波和下行波势函数幅值系数, k 为波数, θ 为波传播角度, 下标 1, 2 和 3 分别代表 P_1 波、 P_2 波和 SV 波。

式(2,3)的波数和波速通过式(4)计算得到,

$$k_n = \omega / c_n, \quad c_n = (M/\rho)^{1/2} / \text{Re}(\Omega_n^{1/2}) \quad (4)$$

式中 c_n 为波速($n=1, 2, 3$), $\text{Re}(\ast)$ 为物理量的实部, M, ρ 和 Ω 通过文献[21]计算得到。

双相介质中位移和应力分别表示为

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{\partial \phi_1}{\partial x} + \frac{\partial \phi_2}{\partial x} - \frac{\partial \Psi_3}{\partial y} \\ u_y &= \frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_2}{\partial y} + \frac{\partial \Psi_3}{\partial x} \end{aligned} \quad (5)$$

$$U_x = \beta_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} + \beta_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial x} - \beta_3 \frac{\partial \Psi_3}{\partial y}$$

$$U_y = \beta_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \beta_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial y} + \beta_3 \frac{\partial \Psi_3}{\partial x} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tau &= -\varphi p = Qe + R\xi \\ \sigma_{ij} &= (Ae + Q\xi)\delta_{ij} + 2Ne_{ij} \end{aligned} \quad (7)$$

式中 x 表示水平方向, y 表示竖直方向, σ_{ij} 为应力, δ_{ij} 为 Kronecker 系数, 当 $i=j$ 时, $\delta_{ij}=1$, 否则 $\delta_{ij}=0$, $e = \nabla \cdot u$, $\xi = \nabla \cdot U$, p 为孔隙水压力, β 为液相势函数和固相函数的比值, 下标 1, 2 和 3 分别代表 P_1 波、 P_2 波和 SV 波, 其可通过文献[21]计算求得。

覆水层中 P 波的波势函数可以表示为

$$\begin{aligned} \phi_w &= E_w e^{i(\omega t - k_{pw} x \sin \alpha_{pw} + k_{pw} y \cos \alpha_{pw})} + \\ &F_w e^{i(\omega t - k_{pw} x \sin \alpha_{pw} - k_{pw} y \cos \alpha_{pw})} \end{aligned} \quad (8)$$

式中 E_w 和 F_w 分别为覆水层上行和下行 P 波势函数的幅值系数, 且 $c_w = (K/\rho_w)^{1/2}$ 。

覆水层中的位移和应力表示为

$$U_{xw} = \frac{\partial \phi_w}{\partial x}, \quad U_{yw} = \frac{\partial \phi_w}{\partial y}, \quad p = -\rho_f \frac{\partial^2 \phi_w}{\partial t^2} \quad (9)$$

2.3 覆水场地边界条件

场地存在三种界面, 分别是土-水分界面、饱和土层分界面和覆水层表面。

(1) 土-水分界面上, 满足应力和位移连续条件

$$\begin{aligned} (u_x)_u &= (U_x)_w, \quad (u_y)_u = (U_y)_w \\ (\sigma_{yy} + \tau)_u &= (-p)_w, \quad (\sigma_{xy})_u = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

(2) 在饱和土层之间的分界面上, 除满足应力和位移连续外, 还满足孔隙水压和流量连续。

$$\begin{aligned} (u_x)_u &= (u_x)_d, \quad (u_y)_u = (u_y)_d \\ (\sigma_{yy} + \tau)_u &= (\sigma_{yy} + \tau)_d \\ (\sigma_{xy})_u &= (\sigma_{xy})_d, \quad p_u = p_d \\ [\varphi(U_y - u_y)]_u &= [\varphi(U_y - u_y)]_d \end{aligned} \quad (11)$$

(3) 在覆水层自由表面处压力为 0, 即

$$\rho_f (\partial^2 \phi_f / \partial t^2) = 0 \quad (12)$$

3 场地波场分布及求解

复杂场地波函数的求解需要分为两个步骤, 首

先求解自由波场,其次求解散射波场。

3.1 自由波场

假定覆水场地中不存在圆弧地形,则 P_1 波自下而上入射覆水分层介质场地,在饱和土层分界面处发生反射和透射现象,产生反射 P_1 波、 P_2 波和 SV 波,以及透射 P_1 波、 P_2 波和 SV 波。波函数分别为

$$\begin{cases} \phi_{1uw} = E_{1u} e^{i(\omega t - k_{1u}x \sin \alpha_{1u} + k_{1u}y \cos \alpha_{1u})} \\ \phi_{2uw} = E_{2u} e^{i(\omega t - k_{2u}x \sin \alpha_{2u} + k_{2u}y \cos \alpha_{2u})} \\ \Psi_{3uw} = E_{3u} e^{i(\omega t - k_{3u}x \sin \alpha_{3u} + k_{3u}y \cos \alpha_{3u})} \\ \phi_{1dm} = F_{1d} e^{i(\omega t - k_{1d}x \sin \alpha_{1d} - k_{1d}y \cos \alpha_{1d})} \\ \phi_{2dm} = F_{2d} e^{i(\omega t - k_{2d}x \sin \alpha_{2d} - k_{2d}y \cos \alpha_{2d})} \\ \Psi_{3dm} = F_{3d} e^{i(\omega t - k_{3d}x \sin \alpha_{3d} - k_{3d}y \cos \alpha_{3d})} \end{cases} \quad (13)$$

式中 ϕ 和 Ψ 为势函数,下标 w 和 m 分别表示上行波和下行波, E 和 F 分别为上行波和下行波势函数的幅值系数,下标 1, 2 和 3 分别表示 P_1 波、 P_2 波和 SV 波,下标 u 和 d 分别表示 u 层和 d 层的参数。

将式(13)代入边界条件(11),经简化得

$$\mathbf{S} = \mathbf{T}\mathbf{H} \quad (14)$$

式中 $\mathbf{H} = [F_{1d} \ F_{2d} \ F_{3d} \ E_{1u} \ E_{2u} \ E_{3u}]$, \mathbf{T} 和 \mathbf{S} 分别为 6×6 阶和 6×1 阶矩阵(篇幅所限,本文略去矩阵具体形式)。

通过求解方程(14)获得 P_1 波入射饱和土层分界面的反射和透射系数,即得到势函数的幅值系数 F_{1d} , F_{2d} , F_{3d} , E_{1u} , E_{2u} 和 E_{3u} 。

在饱和土 u 层中,下行波势函数表示为

$$\begin{cases} \phi_{1um} = F_{1u} e^{i(\omega t - k_{1u}x \sin \alpha_{1u} - k_{1u}y \cos \alpha_{1u})} \\ \phi_{2um} = F_{2u} e^{i(\omega t - k_{2u}x \sin \alpha_{2u} - k_{2u}y \cos \alpha_{2u})} \\ \Psi_{3um} = F_{3u} e^{i(\omega t - k_{3u}x \sin \alpha_{3u} - k_{3u}y \cos \alpha_{3u})} \end{cases} \quad (15)$$

其中

$$\begin{cases} F_{1u} = r_{P_1P_1} E_{1u} + r_{P_2P_1} E_{2u} + r_{SV P_1} E_{3u} \\ F_{2u} = r_{P_1P_2} E_{1u} + r_{P_2P_2} E_{2u} + r_{SV P_2} E_{3u} \\ F_{3u} = r_{P_1SV} E_{1u} + r_{P_2SV} E_{2u} + r_{SV SV} E_{3u} \end{cases} \quad (16)$$

式中 r_{mn} 为反射系数, m 和 n 代表入射波和反射波,如 $r_{P_1P_2}$ 为当 P_1 波入射土-水分界面时 P_2 波的反射系数。

覆水层中的上下行波势函数可以表示为

$$\begin{cases} \phi_w = E_w e^{i(\omega t - k_w x \sin \alpha_w + k_w y \cos \alpha_w)} \\ \phi_m = F_w e^{i(\omega t - k_w x \sin \alpha_w - k_w y \cos \alpha_w)} \end{cases} \quad (17)$$

其中

$$\begin{cases} E_w = t_{P_1} E_{1u} + t_{P_2} E_{2u} + t_{SV} E_{3u} \\ F_w = r_{PP} E_w \end{cases} \quad (18)$$

式中 t_m 为透射系数, m 为入射波,如 t_{P_1} 为当 P_1 波入射土-水分界面时 P_1 波的透射系数。

上述土-水分界面的反射和透射系数可以通过边界条件(10)确定,得到

$$\mathbf{I}|_n = \mathbf{D}\mathbf{R}|_n \quad (19)$$

式中下标 n 表示 P_1 波、 P_2 波或 SV 波,如当入射波为 P_1 波时, $\mathbf{R}|_{P_1} = [r_{P_1P_1} \ r_{P_1P_2} \ r_{P_1SV} \ t_{P_1}]$, \mathbf{D} 和 \mathbf{I} 分别为 4×4 阶和 4×1 阶矩阵。

解方程组(19),获得 P_1 波入射土-水分界面的反射和透射系数。同理,可获得 P_2 波以及 SV 波入射土-水分界面的反射和透射系数,进而得到所有土层以及覆水层上行和下行波函数的幅值系数。

为了便于求解,将上述自由波场势函数转换到极坐标系中,具体方法可参考文献[6]。

3.2 散射波场

研究 P 波入射覆水饱和双相介质圆弧场地散射波场分布时,需要考虑地震波在圆弧场地边界产生散射 P_1 波、 P_2 波和 SV 波,在 (r, θ) 坐标系中,波函数分别为

$$\phi_{sw}(r, \theta), \phi_{s1u}(r, \theta), \phi_{s2u}(r, \theta), \Psi_{s3u}(r, \theta)$$

$$\phi_{s1d}(r, \theta), \phi_{s2d}(r, \theta), \Psi_{s3d}(r, \theta)$$

为了便于求解,分别采用一个半径很大的大圆弧替代水平自由表面、土-水分界面和饱和土层分界面。当大圆弧的半径足够大时,大圆弧边界就可以近似看成是水平界面,如图2所示。

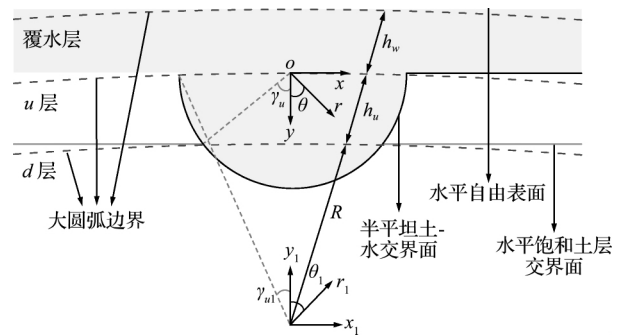


图2 考虑大圆弧边界的场地示意图

Fig. 2 Sketch of the large circular boundary approximation

在 (r_1, θ_1) 坐标系中,大圆弧边界的存在产生了散射波场,波函数分别为

$$\phi_{sw}^m(r_1, \theta_1), \phi_{sw}^w(r_1, \theta_1), \phi_{s1u}^m(r_1, \theta_1), \phi_{s2u}^m(r_1, \theta_1)$$

$$\Psi_{s3u}^m(r_1, \theta_1), \phi_{s1u}^w(r_1, \theta_1), \phi_{s2u}^w(r_1, \theta_1), \phi_{s3u}^w(r_1, \theta_1)$$

$$\phi_{s1d}^m(r_1, \theta_1), \phi_{s2d}^m(r_1, \theta_1), \Psi_{s3d}^m(r_1, \theta_1)$$

上述由圆弧地形及考虑大圆弧近似假定给出的波函数分别在 (r, θ) 和 (r_1, θ_1) 坐标系给出,为了使波函数转换在同一坐标系下, Graf 加法变换

公式将 (r_1, θ_1) 坐标系中圆弧地形边界产生的散射波场函数转换到 (r, θ) 坐标系中;同样,把 (r_1, θ_1) 坐标系中的大圆弧边界产生的散射波场函数转换到 (r, θ) 坐标系中。经过上述转化,能够在同一坐标系中对波函数进行运算。

3.3 总波场分布

通过上述推导及坐标变换,能够获得覆水饱和双相介质圆弧场地的总波场分布。覆水层中的标量势函数表示为

$$\varphi_w = \varphi_{sw} + \varphi_{sw}^w + \varphi_{sw}^m + \varphi_{fw} \quad (20)$$

饱和土 u 层中固相和液相的标量势函数,以及固相和液相的矢量势函数分别表示为

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_u &= \phi_{s1u} + \phi_{s2u} + \phi_{s1u}^w + \phi_{s2u}^w + \phi_{s1u}^m + \phi_{s2u}^m + \phi_{f1u} + \phi_{f2u} \\ G_u &= \beta_{1u} (\phi_{s1u} + \phi_{s1u}^w + \phi_{s1u}^m + \phi_{f1u}) + \beta_{2u} (\phi_{s2u} + \phi_{s2u}^w + \phi_{s2u}^m + \phi_{f2u}) \\ \Psi_u &= \Psi_{s3u} + \Psi_{s3u}^w + \Psi_{s3u}^m + \Psi_{f3u} \\ H_u &= \beta_{3u} (\Psi_{s3u} + \Psi_{s3u}^w + \Psi_{s3u}^m + \Psi_{f3u}) \end{aligned} \right. \quad (21)$$

同理,饱和土 d 层中的固相和液相的标量势函数,以及固相和液相的矢量势函数分别表示为

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_d &= \phi_{s1d} + \phi_{s2d} + \phi_{s1d}^w + \phi_{s2d}^w + \phi_{s1d}^m + \phi_{s2d}^m + \phi_{f1d} + \phi_{f2d} \\ G_d &= \beta_{1d} (\phi_{s1d} + \phi_{s1d}^w + \phi_{s1d}^m + \phi_{f1d}) + \beta_{2d} (\phi_{s2d} + \phi_{s2d}^w + \phi_{s2d}^m + \phi_{f2d}) \\ \Psi_d &= \Psi_{s3d} + \Psi_{s3d}^w + \Psi_{s3d}^m + \Psi_{f3d} \\ H_d &= \beta_{3d} (\Psi_{s3d} + \Psi_{s3d}^w + \Psi_{s3d}^m + \Psi_{f3d}) \end{aligned} \right. \quad (22)$$

3.4 波函数未知系数求解

散射波场波势函数含有未知系数,求解波场分布的关键就在于求解未知系数。篇幅有限,故略去中间推导过程,以流程图的形式给出散射波场的求解流程,如图 3 所示。结合本章前 3 节的内容,将波函数代入边界条件,求出未知系数,最终得出波场函数频域解。

4 验证及分析

4.1 可靠性验证

为了便于分析,先定义无量纲频率

$$\eta = \frac{2a}{\lambda} = \frac{\omega a}{\pi v} \quad (23)$$

采用峡谷宽度和入射波波长的比值来间接描述入射波的频率。同时,考虑到数值计算时,大圆弧半径过大会导致贝塞尔函数值过小,矩阵出现奇异性,导致计算溢出。故本文假定大圆弧半径为

$$R = 100a \quad (24)$$

覆水层中水密度 $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$, 体积模量 $K_w = 2.68 \times 10^9 \text{ Pa}$ 。饱和土的物理参数列入表 1。

为了说明理论推导的正确性,本文模型与 Li 模型做了对比。Li 模型具有圆弧凹陷地形和饱和介质场地的特点,而本文模型具有半圆弧凹陷地形、覆水层和饱和双相介质综合属性。因此,设置覆水层的高度为 0,并将两层介质物理参数设置一致,同时设置 Li 模型的参数,将其圆弧凹陷地形设

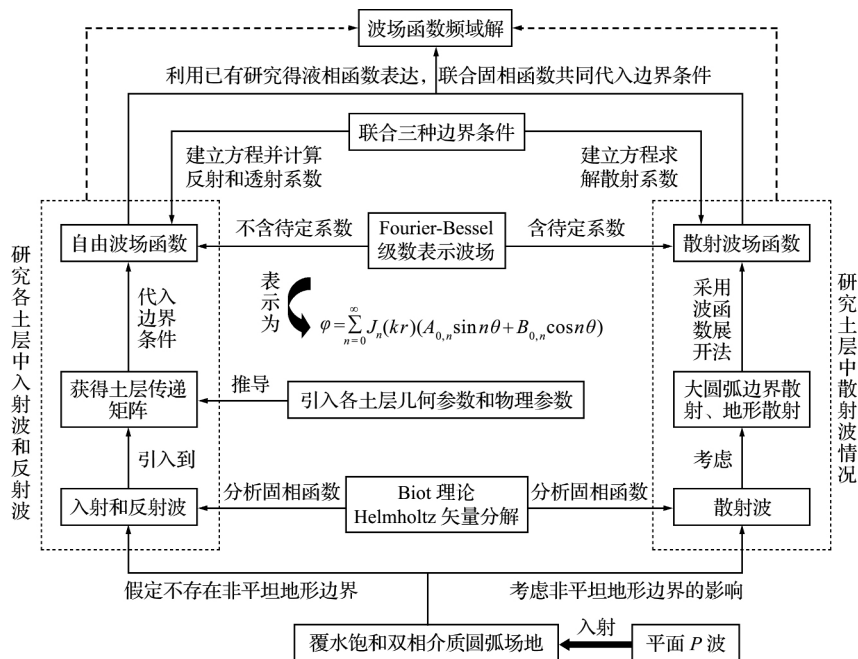


图 3 圆弧场地波场求解流程

Fig. 3 Flowchart of wave field solutions to the circular-arc site

置成半圆弧凹陷地形,则本文模型可以退化成 Li 模型。本文退化模型和 Li 模型在 P 波入射下的算例对比情况如图 4 所示。结果表明,不论是低频入射还是高频入射,对于 x 方向位移幅值,本文退化模型和 Li 模型显示出了较高的吻合度;对于 y 方向,两模型之间的位移幅值也具有良好的一致性,进一步证明了理论推导的正确性。

4.2 地表位移分析

进一步分析入射角和入射波频率对场地地表位移的影响。

图 5 给出了 P 波垂直入射 ($\theta = 0^\circ$) 覆水场地时,分层介质与非分层介质地表位移的对比情况。结果表明, P 波垂直入射峡谷场地时,分层介质的地表位移和非分层介质的地表位移有着显著的区别。不论在 x 方向还是 y 方向,分层介质的地表位移幅值相比会放大或缩小一定值,从而使得分层介质场地地表位移波动变得更加剧烈。这是由于入射 P 波在饱和分层介质分界面发生波形转化现象,衍生的 P_1, P_2 和 SV 波与峡谷非平坦表面产生的散射波互相影响,使得空间波场分布更加复杂,这些复杂平面波之间彼此产生干涉现象,在峡谷表面的某处产生位移的叠加或相消,使得分

层介质的地表位移幅值高于或者低于非分层介质。同时可以发现,分层与非分层介质在峡谷两侧 x 和 y 方向的地表位移均具有良好的对称性,且在峡谷中心点 x 方向的位移幅值为 0。这种现象是由于 P 波垂直入射峡谷分层介质分界面时,并未产生耦合的 SV 波,从而只有垂直方向的运动;同时,在峡谷边界的散射波也由于地形的对称性,使水平方向的位移相互抵消,最终导致峡谷底部中心点的水平方向位移为 0,且峡谷两侧地面运动呈现出对称性。

图 6 给出了更加常见情况下的位移幅值对比,即 P 波斜入射 ($\theta = 30^\circ$) 覆水圆弧场地时,分层介质与非分层介质地表位移幅值的对比。与垂直入射相比,斜入射 P 波的峡谷两侧地表位移不再具有对称性。对比图 5 可以看出,不论波是垂直入射还是斜入射,分层介质会明显地改变地表的震动特性。震动特性改变程度一方面受分层介质物理性质的影响,两层介质物理性质差异越大,其与单层介质的地表位移差异也就越大;另一方面,受到入射波特性的影响,入射波频率和角度等指标不同,会改变场地波场的分布,进而发生不同的干涉现象,从而使得地震地面运动幅度发生较大的变化。

为了进一步说明入射频率和入射角度等对地

表 1 饱和土的物理参数
Tab. 1 Physical parameters of saturated soil

层	$\rho_s/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	$\rho_f/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	μ/Pa	ϕ	K_s/Pa	K_f/Pa	K_o/Pa	k_o
u	2450	1000	8.2×10^7	0.28	31.6×10^9	2.16×10^9	5.61×10^8	10^{-10}
d	2750	1000	6.8×10^7	0.32	33.6×10^9	2.16×10^9	5.21×10^8	10^{-10}

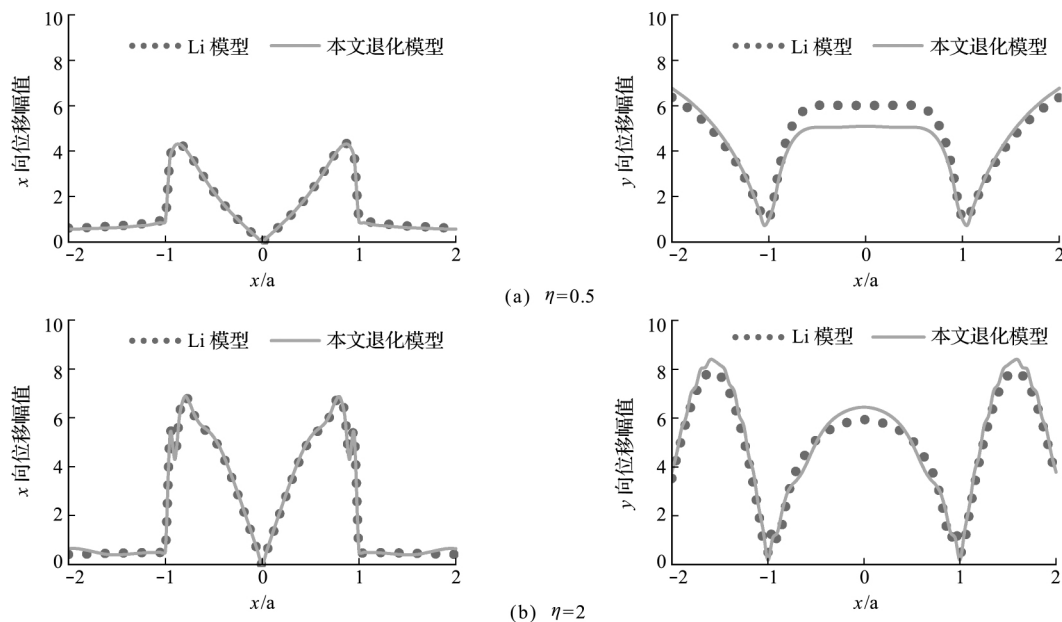


图 4 本文退化模型与 Li 模型对比情况

Fig. 4 Comparison of the model degraded in this paper with the model of Li

震地面运动特性的影响,图 7 给出了分层介质情况下,入射波频率和地表位移的关系。结果表明,随着入射波频率的增大,地表位移幅值也逐渐增加,并且地表位移的波动性也随之增加。入射波频率增加意味着能量增加,所以高频波地表位移幅值明显大于低频波地表位移幅值。此外,当入射波频率较低时, x 和 y 方向的地表位移幅值均较小,波动也较小。随着入射波频率增大,波对场地介质的不均匀性(分层特性)变得较为敏感,使得位移幅值显著增加,峡谷不同点的位移差,即波动性也增加。特别如图 7(b)所示,当 P 波从峡谷底部左侧向峡谷右侧斜入射时,峡谷左侧直接受到入射波作用,因而左侧圆弧地表($-1 \leq x/a \leq 0$)的位移均明显

大于峡谷右侧圆弧地表($0 < x/a \leq 1$)的位移。

图 5~图 7 表明,地震波垂直入射和斜入射覆水场地时,会对地震地面运动产生不同影响。图 8 给出了分层介质情况下,不同入射角对地表位移幅值的影响,进一步证明了无论入射角如何变化, P 波从峡谷底部左侧向右侧斜入射时,峡谷左侧圆弧地表由于受到地震波的直接作用,故其左侧圆弧地表位移幅值大于右侧。纵观整个峡谷地表场地,当入射角较大时,峡谷地表的水平方向位移幅值也较大;而对于垂直方向的峡谷地表位移,入射角度较大的竖直地表位移幅值反而较小。出现这种现象的原因是,在入射波总能量一定时,随着 P 波入射角度的增加,其质点的振动方向从只有竖直振动

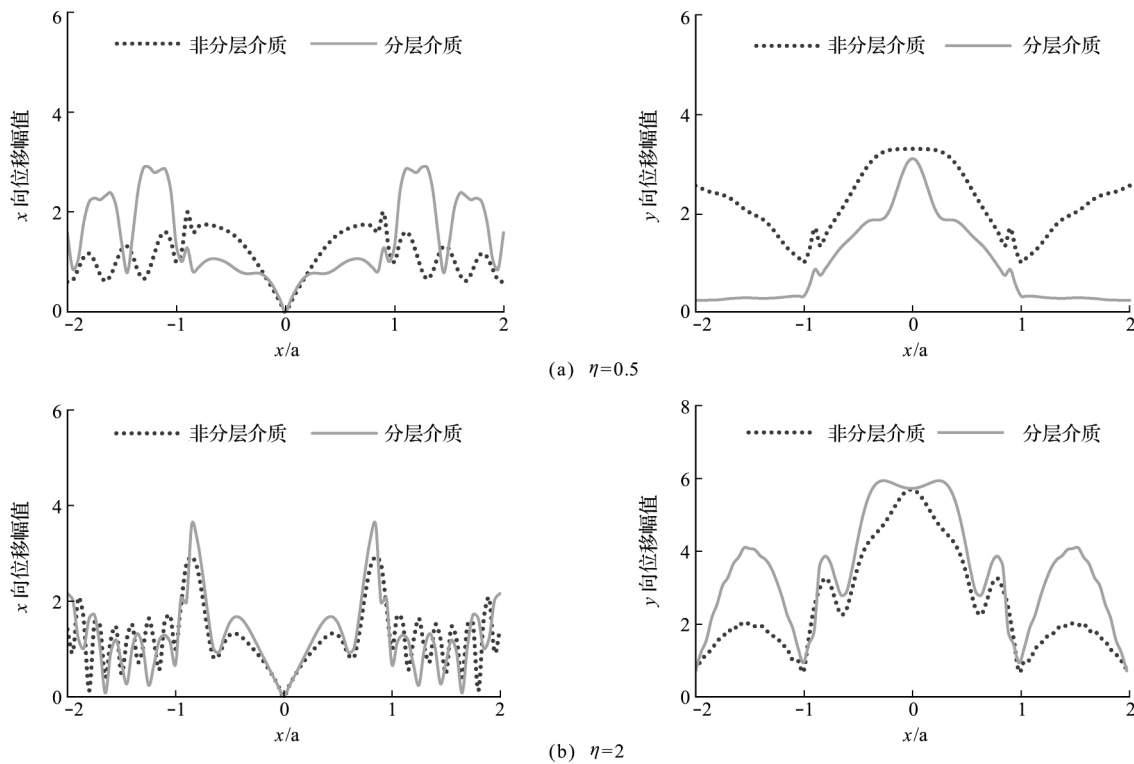


图 5 垂直入射下($\theta=0^\circ$)分层与非分层介质对地面运动的影响

Fig. 5 Influence of layered and non-layered media on the ground motion under normal incidence

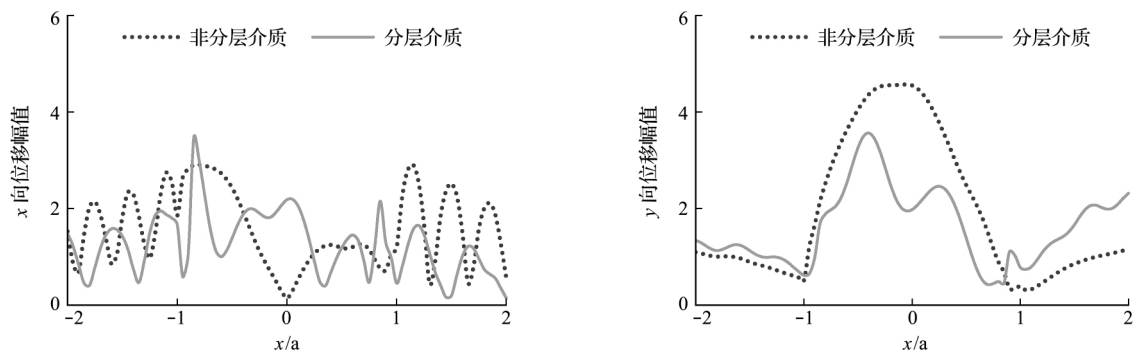


图 6 斜入射下($\theta=30^\circ$)分层与非分层介质对地面运动的影响

Fig. 6 Influence of layered and non-layered media on the ground motion under oblique incidence

向同时有竖直和水平振动转变,使得水平振动所分配的能量逐渐增加,竖直振动所分配的能量相对减少。无论是水平方向还是竖直方向,入射角的改变

对位移幅值的最大值和最小值的影响并不显著,但是其对地震地面运动分布特性影响较大,因而不能忽略入射角对地面运动的影响。

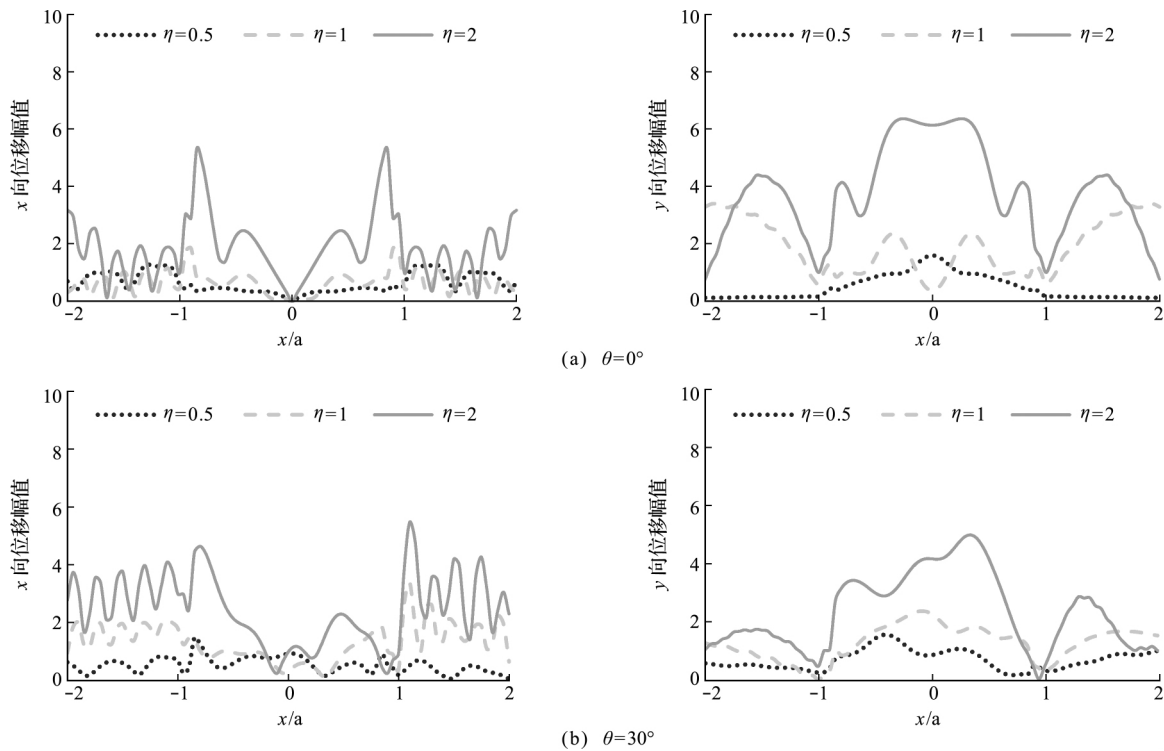


图7 场地分层情况下入射频率对地表位移的影响

Fig. 7 Influence of incident frequency on surface displacement in the layered media

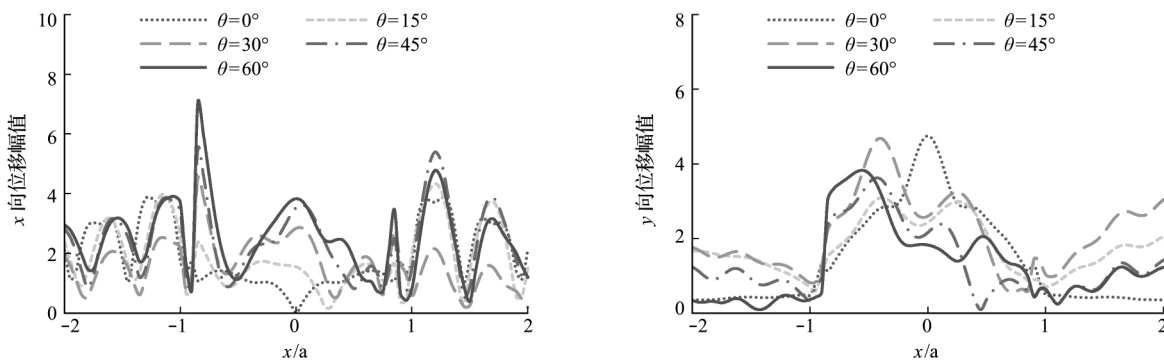


图8 场地分层情况下(η=0.5)入射角对地表位移的影响

Fig. 8 Influence of incident angle on surface displacement in layered media (η=0.5)

5 结论

本文率先针对具有覆水层、饱和双相介质、非平坦以及第二类分层(场地跨越分层界面)等复杂特征场域在压缩波入射下的地震反应进行研究。主要工作包括:

(1) 推导并得到了覆水圆弧饱和双相介质场地的自由波场。引入覆水层对双相饱和介质场地的影响,推导出地震波在饱和土层分界面和土-水界面的反射和透射系数;确定了每一层介质中的

上行波和下行波,得到覆水圆弧饱和双相介质场地的地震波自由场。

(2) 推导并得到了覆水圆弧饱和双相介质场地的散射波场。引入非平坦特性对场地波场的影响,获得场地的所有波场分布;利用场地边界条件,严格按照数学推导得到待定系数的值。

(3) 得到并分析了场地的地表位移。得到覆水圆弧饱和双相介质场地的地表位移;通过和其他算例对比,验证了理论推导的可靠性;分析了场地分层介质和非分层介质的地震地面运动特性以及

不同入射频率和入射角对地震地面运动特性的影响,结果表明,分层介质有着与非分层介质完全不同的波场分布,会显著改变地震地面运动特性,因此必须考虑分层效应对波场的影响;入射波频率的增大会明显提升地震地面运动幅值,并加强其波动性,同时入射角的改变对地震地面运动特性也有较大影响。

参考文献(References):

- [1] Kiureghian A D, Neuenhofer A. Response spectrum method for multi-support seismic excitations [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1992, **21**(8):713-740.
- [2] Trifunac M D. Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1971, **61**(6):1755-1770.
- [3] Trifunac M D. Scattering of plane SH waves by a semi-cylindrical canyon[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1972, **1**(3):267-281.
- [4] Wong H L, Trifunac M D. Surface motion of a semi-elliptical alluvial valley for incident plane SH waves [J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1974, **64**(5):1389-1408.
- [5] 袁晓铭, 廖振鹏. 圆弧形凹陷地形对平面 SH 波散射问题的级数解答[J]. *地震工程与工程振动*, 1993, **13**(2): 1-11. (YUAN Xiao-ming, LIAO Zhen-peng. Series solution for scattering of plane SH waves by a canyon of circular-arc cross section[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1993, **13**(2):1-11. (in Chinese))
- [6] Cao H, Lee V W. Scattering and diffraction of plane P waves by circular cylindrical canyons with variable depth-to-width ratio[J]. *European Journal of Obstetrics & Gynecology and Reproductive Biology*, 1979, **9**(3):141-150.
- [7] Lee V W, Cao H. Diffraction of SV waves by circular canyons of various depths[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1989, **115**(9):2035-2056.
- [8] 梁建文, 严林隽, 李军伟, 等. 圆弧形沉积河谷场地在平面 P 波入射下的响应[J]. *岩土力学*, 2001, **22**(2): 138-143. (LIANG Jian-wen, YAN Lin-jun, LI Jun-wei, et al. Response of circular-arc alluvial valleys under incident plane P waves[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2001, **22**(2):138-143. (in Chinese))
- [9] 梁建文, 严林隽, 秦东, 等. 圆弧形沉积河谷场地在平面 SV 波入射下的动力响应[J]. *土木工程学报*, 2003, **36**(12):74-82. (LIANG Jian-wen, YAN Lin-jun, QIN Dong, et al. Dynamic response of circular-arc sedimentary valley site under incident plane SV waves [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2003, **36**(12): 74-82. (in Chinese))
- [10] 张郁山. 圆弧状多层沉积谷地在平面 P 波入射下稳态响应的解析解[J]. *地球物理学报*, 2008, **51**(3): 869-880. (ZHANG Yu-shan. Analytical solution for the stationary response of alluvial valleys containing multiple circular-arc layers to incident plane P waves [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2008, **51**(3): 869-880. (in Chinese))
- [11] Tsaur D H, Chang K H. An analytical approach for the scattering of SH waves by a symmetrical V-shaped canyon; Shallow case[J]. *Geophysical Journal International*, 2008, **174**(1):255-264.
- [12] Tsaur D H, Chang K H, Hsu M S. An analytical approach for the scattering of SH waves by a symmetrical V-shaped canyon; Deep case[J]. *Geophysical Journal International*, 2010, **183**(3):1501-1511.
- [13] Zhang N, Gao Y F, Li D Y, et al. Scattering of SH waves induced by a symmetrical V-shaped canyon; A unified analytical solution[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2012, **11**(4): 445-460.
- [14] 柳国环, 冯啸. 跨越 V 形峡谷的桥梁抗震分析: 多水平成层非均匀介质 V 形场地多点地震动模拟[J]. *中国公路学报*, 2017, **30**(12): 150-158. (LIU Guo-huan, FENG Xiao. Analysis of seismic response for bridges located on a V-shaped canyon; Simulation of multi-support seismic motions in a V-shaped canyon with inhomogeneous multi-layer topography[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2017, **30**(12):150-158. (in Chinese))
- [15] 柳国环, 马杰, 冯啸. 多水平成层的非均匀介质圆弧形峡谷地下多点地震动模拟[J]. *计算力学学报*, 2018, **35**(4): 473-479. (LIU Guo-huan, MA Jie, FENG Xiao. Simulation of spatially variable underground seismic motions in circular-arc canyons with horizontally-layered inhomogeneous medium[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2018, **35**(4):473-479. (in Chinese))
- [16] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range [J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1956, **28**(2):168-179.

- [17] Li W H, Zhao C G, Shi P X. Scattering of plane P waves by circular-arc alluvial valleys with saturated soil deposits[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2005, **25**(12):997-1014.
- [18] 李伟华,赵成刚. 饱和土沉积谷场地对平面 SV 波的散射问题的解析解[J]. *地球物理学报*, 2004, **47**(5):911-919. (LI Wei-hua, ZHAO Cheng-gang. Scattering of plane SV waves by circular-arc alluvial valleys with saturated soil depositions[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2004, **47**(5):1025-1036. (in Chinese))
- [19] Liu G H, Lian J J, Liang C, et al. An effective approach for simulating multi-support earthquake underground motions[J]. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2017, **15**(11):4635-4659.
- [20] Liu G H, Liu Y Q, Han B, et al. Theoretical and numerical approach for simulating spatially variable seismic underground motions in layered saturated media [J]. *Journal of Earthquake Engineering*, 2020, **24**(4):601-627.
- [21] Liu G H, Yu H T, Liu Y Q, et al. An approach for predicting multi-support seismic underground motions in layered saturated soil under surface water[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2018, **115**:104-118.

A theoretical solution for the scattering of incident plane P waves by a circular-arc site in saturated double-phase media with overlying water

LIU Guo-huan*, HUANG Wei-wei, LI Xin-yang
(School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

Abstract: Using the wave function expansion method, this paper mainly studies the earthquake motion field with spatial variability for an incident plane P wave into a complex terrain with overlying water. The site has comprehensive attributes such as a water-covered layer, the saturated double-phase media due to the overlying water, the non-flat site, and the second type of stratification (the site through geological layers). First, based on the reflection and transmission characteristics of seismic waves, the free wave field functions in a Cartesian coordinate system are derived. Then, considering the characteristics of the site and the large arc method, the scattering wave field functions with the undetermined coefficients in a polar coordinate system are determined. Furthermore, the undetermined coefficients are solved by the boundary conditions determined by the saturated soil interface and soil-water interface. Finally, a theoretical solution for the scattering by circular-arc site in saturated double-phase media under surface water is derived. The rationality and reliability of the theoretical solution is verified by a numerical calculation and the surface displacements at different conditions are analyzed. Numerical results show that; compared with the uniform medium, the saturated double-phase media significantly change the surface motion, and the incident wave frequency and angle have great influences on the ground vibration.

Key words: seismic ground motions; theoretical solution; wave function expansion method; plane P wave; saturated double-phase media

引用本文/Cite this paper:

柳国环,黄伟伟,李鑫洋. 覆水饱和双相介质圆弧场地 P 波激励下散射问题的理论解[J]. *计算力学学报*, 2021, **38**(2):206-214.

LIU Guo-huan, HUANG Wei-wei, LI Xin-yang. A theoretical solution for the scattering of incident plane P waves by a circular-arc site in saturated double-phase media with overlying water[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, **38**(2):206-214.