

DOI: 10.7511/jslx20171008001

多水平成层的非均匀介质圆弧形峡谷地下 多点地震动模拟

柳国环*, 马杰, 冯啸

(天津大学 建筑工程学院, 天津 300072)

摘要:开发了考虑圆弧场地水平多分层效应的地下多点地震动模拟可视化程序,验证其可靠性。首先,描述了给出的圆弧场地多分层效应的SH波动散射频域解,其本质是突破了传统均匀介质和分层不穿越峡谷前提的局限性;其次,利用从水平地表到峡谷表面再到地下土层的传递函数,通过两次传递得到了圆弧峡谷地下的目标功率谱和反应谱;进而,具体描述所导出的圆弧场地平-凹相关性的相干函数及其推导过程;最后,基于上述理论,开发了多层状的非均匀圆弧场地的多点地震动模拟程序,给出了模拟结果与目标功率谱、反应谱和相干函数的拟合对比,验证了该理论和程序的合理性和可靠性,便于所发展理论和方法的实用化和推广。

关键词:相干函数;分层圆弧形峡谷;地形效应;传递函数;地下多点地震动

中图分类号:O32 **文献标志码:**A **文章编号:**1007-4708(2018)04-0473-07

1 引言

地震记录^[1-2]表明,地形因素对结构的地震响应有较大影响,特别是需要考虑地震动空间变化效应的长跨结构,如桥梁和地下管道等。大多数关于地形地貌因素对地震动的影响研究都假定场地为单一介质,但实际场地往往呈现非均匀介质的层状特性。层状介质场地在地震激励下会产生与单一介质场地完全不同的动态响应^[3],尤其在峡谷场地。因此,对层状场地在地震激励下的动态响应进行研究具有重要的理论和现实意义。

在非平坦地形地震动的模拟研究中,文献^[4]基于一维传播理论生成地形变化下的多点地震动,其功率谱为Tajimi-Kanai谱的修正模型,相干函数模型为Sobczyk理论相干函数模型;文献^[5]根据Hao-Nawawi模型生成多点地震动,选取Tajimi-Kanai谱的修正模型为功率谱模型,Hao相干函数模型为相干模型;文献^[6]根据Hao-Nawawi模型,选取抗震规范的反应谱与功率谱的转换作为基岩自谱函数为功率谱模型,以基岩处的相干函数模型为相干模型,生成了地形变化下的多点地震

动。以上研究选取地表处的功率谱作为基岩功率谱,而基岩处与地表处的相干模型有所不同。文献^[7]生成了山丘谷地交错场地上的多点地震动,通过基岩的反应谱转换得到相应的功率谱,并以丁海平相干函数^[8]为相干模型,但也是考虑了非多层场地的地震模拟。柳国环等^[9,10]对多点地震动进行了研究和总结,并推导了地下相干函数表达式,为地下多点地震动模拟提供了理论依据。

本文重点开发了圆弧场地水平多分层效应的地下多点地震动模拟程序,其理论依据突破了传统均匀介质和分层不穿越峡谷前提的局限性。首先,描述了给出的圆弧场地分层效应的SH波动散射频域解;其次,得到了利用从水平地表到峡谷表面再到地下土层的传递函数,通过两次传递^[11]得到峡谷地下目标功率谱和反应谱;进而,给出了考虑圆弧形场地平-凹相关性的相干函数模型及其具体推导过程;最后,基于上述理论和方法,开发了考虑圆弧分层场地的地下地震动模拟程序,并通过数值算例给出了模拟结果与目标(功率谱、反应谱和相干函数)的拟合对比,进一步验证了该模拟理论和程序的合理性。

2 多层介质圆形峡谷地下多点地震动生成途径及其理论表达式

2.1 理论模型和自谱频域解

图1为在弹性、均匀和各项同性半空间中的圆弧形层状峡谷的示意图。圆弧形层状峡谷的半径

收稿日期:2017-10-08;修改稿收到日期:2017-12-27.

基金项目:国家自然科学基金(51778414,51408409);亚热带建筑科学国家重点实验室开放研究基金(2017ZB21);天津市应用基础与前沿研究计划(15JCQNJC07400)资助项目.

作者简介:柳国环*(1980-),男,博士,副教授
(E-mail:liu_guohuan@sina.com).

为 a , 层状峡谷中各层介质的剪切模量分别为 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$, 剪切波速分别为 c_1, c_2, \dots, c_n 。入射 SH 波在垂直于平面的 z 轴方向上运动, 其入射角为 α , 频率为 ω 。坐标系 (r_1, θ_1) 坐落在圆弧形峡谷的圆心 o_1 处, 坐标系 (r, θ) 坐落在 o 处。角度 θ_1 的走向是从 y_1 轴逆时针朝向 x_1 轴, 角度 θ 的走向是从 y 轴顺时针朝向 x 轴。本文采用文献[12]的方法, 即用半径非常大的圆弧形界面 ($H \gg h$) 来代替常用的水平分层界面。

各层介质中的位移 u 满足波动方程:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

式中 r 为极坐标的半径, 在各层中分别为 $r_1, \dots, r_i, \dots, r_n$; θ 为极坐标的角度, 在各层中分别为 $\theta_1, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$; c 为剪切波速, 在各层中分别为 $c_1, \dots, c_i, \dots, c_n$; t 为时间变量。

方程(1)满足的边界条件为半空间和圆弧形层状峡谷表面的零应力边界条件及层状介质交界面和层状介质与半空间交界面的连续边界条件。零应力边界条件有

$$\tau_{1-L}^{rz} = \mu_1 \frac{\partial u_{1-L}}{\partial r} = 0, \quad r = H + \sum_{i=1}^{n-1} h_i \quad (\theta \leq -\alpha_i) \quad (2)$$

$$\tau_{1-R}^{rz} = \mu_1 \frac{\partial u_{1-R}}{\partial r} = 0, \quad r = H + \sum_{i=1}^{n-1} h_i \quad (\theta \geq \alpha_i) \quad (3)$$

$$\tau_{i-L}^{r_1 z} = \mu_i \frac{\partial u_{i-L}}{\partial r_1} = 0, \quad r_1 = a \quad (-\beta_i < \theta < -\beta_{i+1}) \quad (4)$$

$$\tau_{i-R}^{r_1 z} = \mu_i \frac{\partial u_{i-R}}{\partial r_1} = 0, \quad r_1 = a \quad (\beta_{i+1} < \theta < \beta_i) \quad (5)$$

$$\tau_n^{r_1 z} = \mu_n \frac{\partial u_n}{\partial r_1} = 0, \quad r_1 = a \quad (-\beta_n < \theta < \beta_n) \quad (6)$$

式中下标 $1, i$ 和 n 分别为各层的序号, 下标 L 代表峡谷左侧, 下标 R 代表峡谷右侧。 h_1, \dots, h_i 分别为各层的深度, $\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_n$ 分别为峡谷各层在极坐标 (r_1, θ_1) 中对应的角度, $\beta_1, \dots, \beta_i, \dots, \beta_n$ 分别

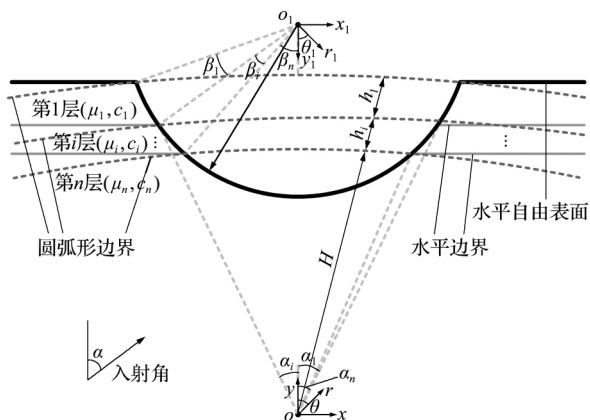


图1 多层状圆弧形峡谷示意图
Fig. 1 Sketch of a multi-stratified circular-arc canyon

为峡谷各层在极坐标 (r, θ) 中对应的角度, τ 为剪应力, H 为大圆弧的半径。

位移连续条件和应力连续条件为

$$u_{i-L}^{rz} = u_{(i+1)-L}^{rz}, \quad r = H + \sum_{i=1}^{n-1} h_i \quad (\theta \leq -\alpha_i) \quad (7)$$

$$\tau_{i-L}^{rz} = \tau_{(i+1)-L}^{rz}, \quad r = H + \sum_{i=1}^{n-1} h_i \quad (\theta \leq -\alpha_i) \quad (8)$$

$$u_{i-R}^{rz} = u_{(i+1)-R}^{rz}, \quad r = H + \sum_{i=1}^{n-1} h_i \quad (\theta \geq \alpha_i) \quad (9)$$

$$\tau_{i-R}^{rz} = \tau_{(i+1)-R}^{rz}, \quad r = H + \sum_{i=1}^{n-1} h_i \quad (\theta \geq \alpha_i) \quad (10)$$

将自由场 u^F 和散射场 u^S 分别通过 Fourier-Bessel 级数展开式^[13] 进行展开可得

$$u_{i-L}^F(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n^i \cos n\theta + B_n^i \sin n\theta) \quad (11)$$

$$u_{i-R}^F(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (C_n^i \cos n\theta + D_n^i \sin n\theta) \quad (12)$$

式中上标 F 代表自由场, A_n^i, B_n^i, C_n^i 和 D_n^i 为待定常数, 由边界条件确定。

$$u_{i-L}^S(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (X_n^i \cos n\theta + Y_n^i \sin n\theta) H_n^{(1)}(k_i r) \quad (13)$$

$$u_{i-L}^S(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (P_n^i \cos n\theta + Q_n^i \sin n\theta) H_n^{(1)}(k_i r) \quad (14)$$

式中 $H_n^{(1)}(\cdot)$ 代表 Hankel 函数, $k_i = \omega_i / c_i$ 为各层的剪切波数, 上标 S 代表散射场, X_n^i, Y_n^i, P_n^i 和 Q_n^i 为待定常数, 可通过引入边界条件(2~10)确定。

由于边界条件位于不同的坐标系中, 需要引入坐标变换公式^[14] 来实现坐标的变换。通过联立组成方程组, 并引入边界条件(2~10)来求解各待定系数。最终求得圆弧形层状峡谷在平面 SH 波入射下的解析解为

$$u(x, y, \omega, t) = |u(x, y, \omega)| e^{i\theta(x, y, \omega)} e^{-i\omega t} \quad (15)$$

式中 $|u(x, y, \omega)|$ 为放大系数, $\theta(x, y, \omega)$ 为相位角。

2.2 两步传递函数

图2显示了圆弧形峡谷表面的点(m 和 n)、平坦地表的点(m^f 和 n^f)以及地下土层中的点(m^u 和 n^u)之间的关系。

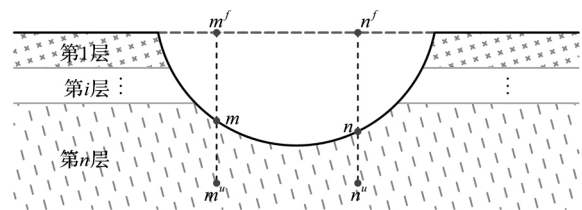


图2 传递函数示意图
Fig. 2 Schematic diagram for transfer functions

通过两步的传递函数^[11]可得地下功率谱:

$$S_{m^u m^u}(\omega) = \frac{1}{|H_m^c(\omega)|^2} \frac{1}{|H_{m^u m^u}^u(\omega)|^2} S_{m^f m^f}(\omega) \quad (16)$$

式中 $S_{m^f m^f}(\omega)$ 为地表自功率谱, $H_m^c(\omega)$ 为峡谷传递函数, $H_{m^u m^u}^u(\omega)$ 为地下传递函数。

3 考虑地形因素效应的相干函数

如图3所示, A点代表所有位于平坦地形上的点, B点代表平坦地形与峡谷地形的交界点, C点代表所有位于峡谷表面上的点, 因此形成了适用于3种不同地形的相干函数。

3.1 传统平坦地形相干函数

对于传统平坦地形, 其相干函数可参考 Hao 相干函数模型^[15]。

3.2 峡谷表面相干函数

对于峡谷表面地形, 其相干函数可参考文献^[11]。

3.3 非平坦地形效应的相干函数

如图4所示, 点 B^p 是与点 C 处于相同地层深度的点, 点 O 是峡谷中心点, 构造辅助线 OB^p 并延长至 A^p 。点 A' , B' 和 C' 分别是点 A, B 和 C 在地下土层中的投影点。

由于相干函数 $\rho_{A^p C}$ 可参考 3.2 节得到, 地表相干函数 ρ_{AC} 可由式(17)计算

$$\rho_{AC}(i\omega) = \rho_{A^p C}(i\omega) / [\bar{\rho}(i\omega)] \quad (17)$$

式中 $\bar{\rho}$ 为地下和地表地震动相干函数的比值, 参

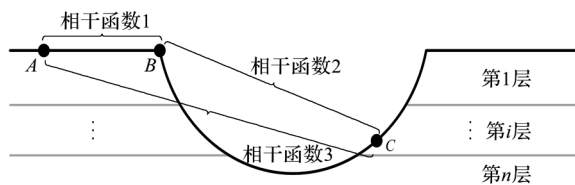


图3 不同种类相干函数示意图
Fig. 3 Schematic diagram for different kinds of coherence functions

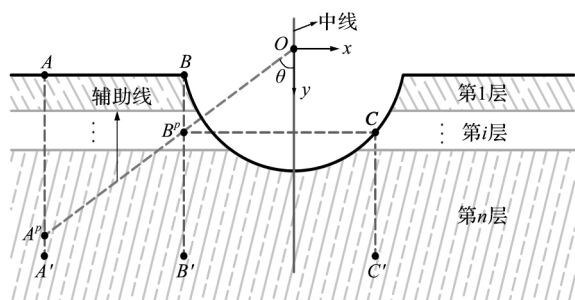


图4 非平坦地形相干函数辅助图
Fig. 4 Auxiliary diagram for the coherence function for non-flat terrain

考文献^[16]。

因此, 地下相干函数 $\rho_{AC'}$ 可用式(18)计算

$$\rho_{AC'}(i\omega) = \rho_{AC}(i\omega) \bar{\rho}(i\omega) \quad (18)$$

如图3所示, 当点 C 无限趋近于点 B 时, 相干函数 3 变成相干函数 1; 当点 A 无限趋近于点 B 时, 相干函数 3 变成相干函数 2。

4 程序开发及可靠性验证

4.1 地下地震动生成及程序开发

以其多层圆弧形峡谷的算例为研究对象, 图5给出了根据上述理论生成地下地震动的流程图, 地形结构如图6所示, 土层参数列入表1(土层参数可参考文献^[17]), 图7给出了生成地下多点地震动的程序界面。圆弧形峡谷的半径为 60 m, 上限截止频率和时间间隔分别为 10 Hz 和 20 s。地震波的入射角和波速分别取为 $\pi/3$ 和 1200 m/s。本文选取 Clough-Penzien 功率谱模型^[18]作为地表目标功率谱。

图8给出了地表和地下目标点的加速度时程

表1 土层参数

Tab. 1 Physical parameters of soil layers

层号	密度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	剪切模量/GPa	阻尼比	土层厚度/m
1	2000	1	0.05	10
2	2400	1.2	0.05	15
3	2600	1.6	0.05	20
4	3000	2	0.05	40

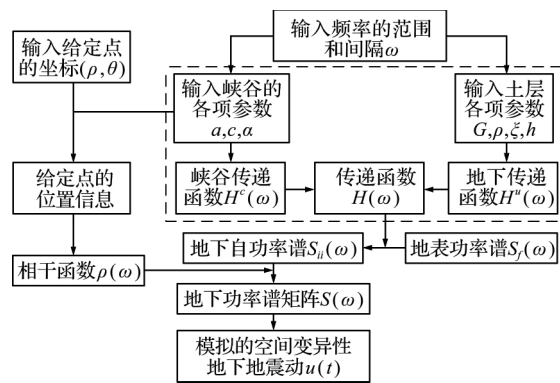


图5 地下地震动生成框架
Fig. 5 Framework for generating underground motions

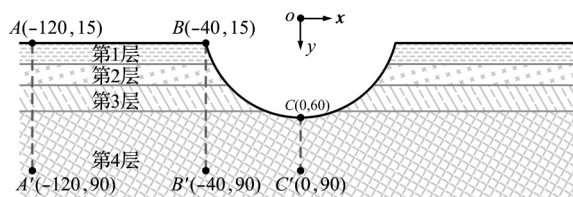


图6 多层状圆弧形峡谷示意图
Fig. 6 Schematic diagram of a multi-stratified circular-arc canyon

曲线的峰值和方差。可以看出,地表目标点的加速度峰值明显大于地下目标点,说明峡谷地形的放大效应会导致较大的地表地震动。

地表和地下目标功率谱和模拟功率谱之间的对比如图 9 所示。可以看出,模拟功率谱与目标功率谱一致,并且地下功率谱的曲线呈波状,这与地表功率谱存在巨大差异。造成这种现象的原因是,地下功率谱是地表功率谱经由 2 次传递得到,如图 10 所示,地表功率谱是平滑的,具有统计特性,而传递函数是波状的,不具有统计学特性,并且与场地的土层特性有关。

地下目标反应谱和模拟反应谱之间的对比如

图 11 所示。可以看出,模拟反应谱与目标反应谱相一致,进一步证明了上述地下地震动生成理论和程序的可行性和可靠性。

4.2 不同相干函数的特性研究

不同种类相干函数的目标相干函数与模拟相干函数之间的对比如图 12 所示。可以看出,当频率趋于 0 时,不同种类相干函数的目标相干系数都趋于 1。并且,相对于平坦地形和峡谷表面地形相干函数,适用于非平坦地形相干函数的相干系数较小,再次证明非平坦地形相干函数受平坦地形和峡谷地形两方面的影响,从而导致其对地震动造成了不同的影响。

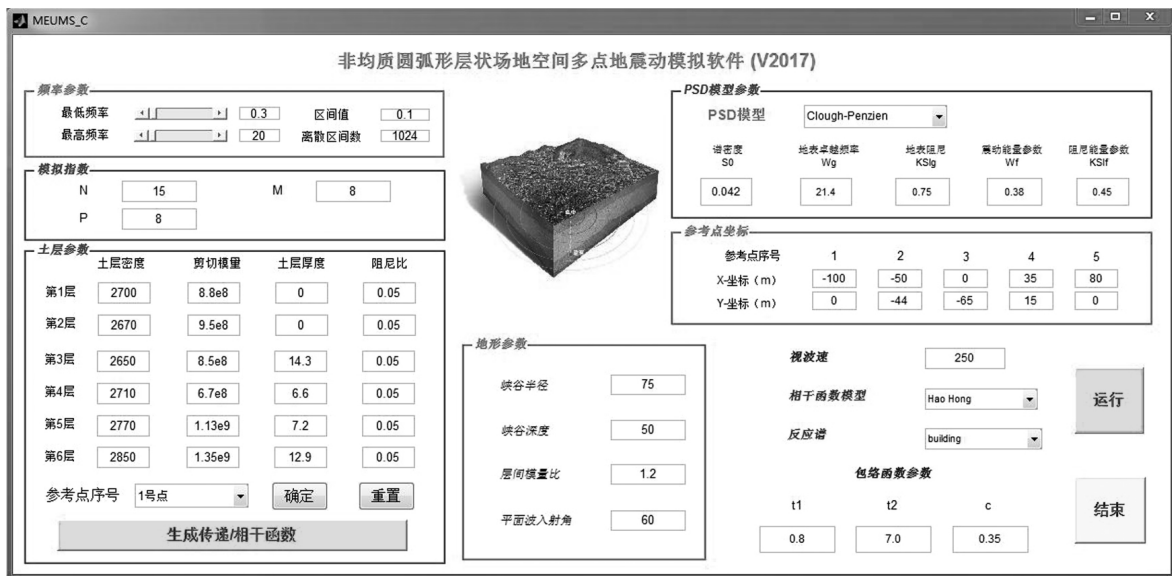


图 7 地下地震动生成程序界面

Fig. 7 Visual interface of program for generating multi-point seismic underground motions

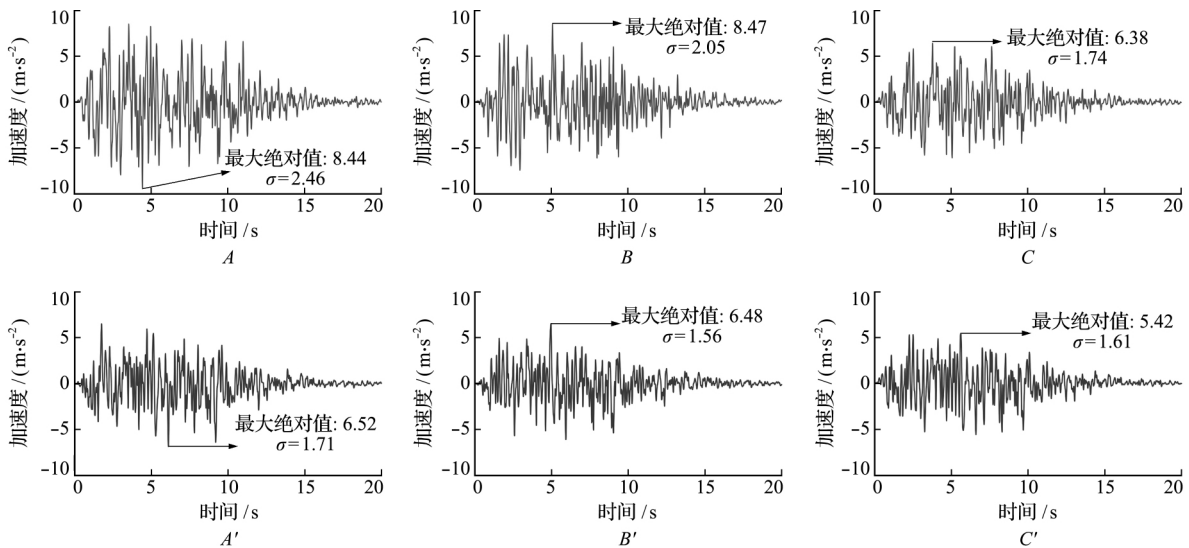


图 8 地表和地下加速度历程

Fig. 8 Ground and underground acceleration histories

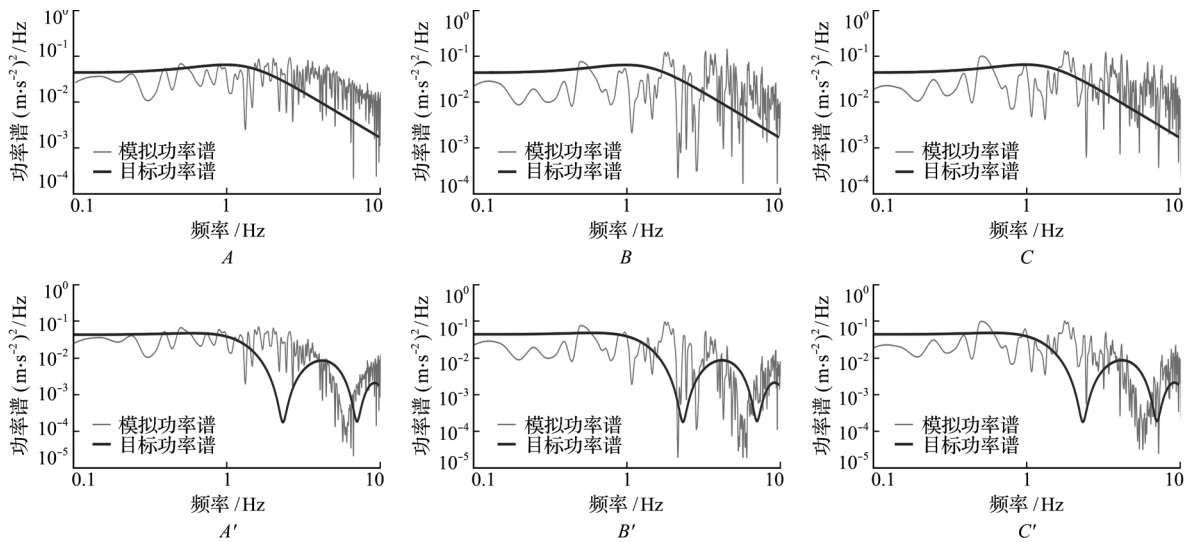


图9 地表和地下功率谱
Fig.9 Ground and underground PSD

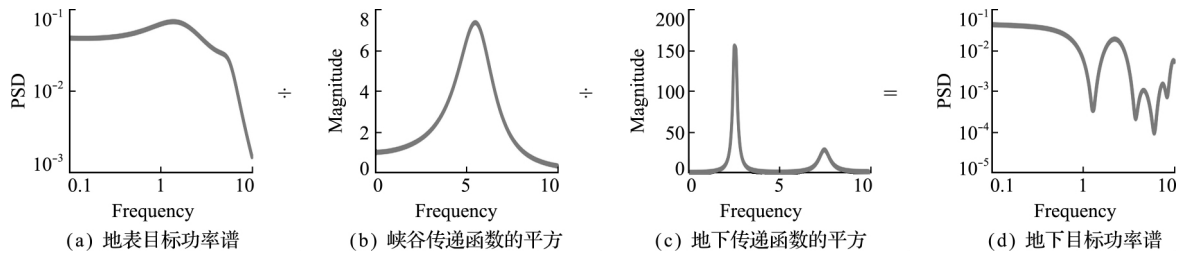


图10 地下功率谱的生成
Fig.10 Generation of underground PSD

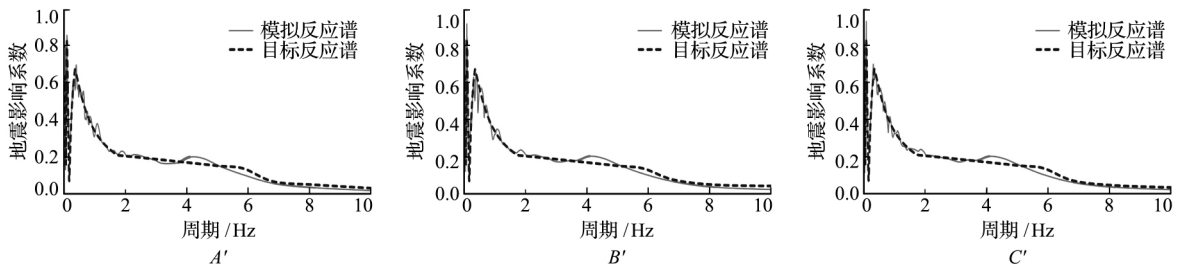


图11 地下目标反应谱和模拟反应谱的对比
Fig.11 Comparison between target and simulated response spectrums of underground motions

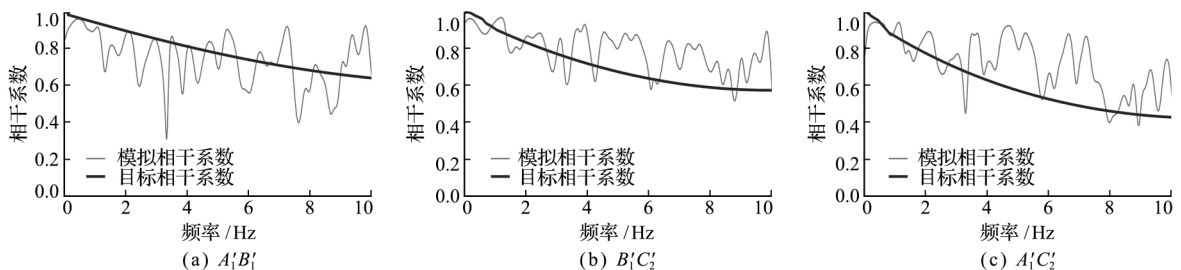


图12 地下目标相干函数和模拟相干函数的对比
Fig.12 Comparison between target and simulated underground coherence functions

5 结 语

基于本质上突破了均匀介质和分层不穿越峡

谷这一局限性的基本理论,开发并实现了多水平层效应的圆弧形峡谷地下多点地震动模拟理论的可视化程序。具体内容包括,在得到分层圆弧场地

SH 波动散射频域解的基础上,利用从水平地表到峡谷表面再到地下土层的传递函数的思路,通过两次传递得到峡谷地下目标功率谱和反应谱;然后,给出了考虑圆弧场地平-凹相关性的相干函数的推导过程;最后,基于上述理论和方法,开发了分层圆弧场地的地下地震动模拟程序,并通过数值算例给出了模拟结果与目标结果的拟合程度,验证了该地下地震动模拟理论和程序的合理性和可靠性。

参考文献(References):

- [1] Trifunac M D, Hudson D E. Analysis of the Pacoima dam accelerogram-San Fernando, California, earthquake of 1971[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1971, **61**(5): 1393-1411.
- [2] 刘洪兵, 朱 晞. 地震中地形放大效应的观测和研究进展[J]. *世界地震工程*, 1999, **15**(3): 20-25. (LIU Hong-bing, ZHU Xi. Advance on topographic amplification effects of seismic response[J]. *World Information on Earthquake Engineering*, 1999, **15**(3): 20-25. (in Chinese))
- [3] 陈继华, 贾学民, 王 伟. 软弱夹层土对软土地震效应的影响[J]. *燕山大学学报*, 2006, **30**(5): 451-455. (CHEN Ji-hua, JIA Xue-min, WANG Wei. Soft interlayer on effects earthquake response for soft site [J]. *Journal of Yanshan University*, 2006, **30**(5): 451-455. (in Chinese))
- [4] Hao H, Chouw N. Modeling of earthquake ground motion spatial variation on uneven sites with varying soil conditions[A]. The 9th International Symposium on Structural Engineering for Young Experts [C]. Fuzhou, 2006.
- [5] Bi K, Hao H, Chouw N. Required separation distance between decks and at abutments of a bridge crossing a canyon site to avoid seismic pounding[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2010, **39**(3): 303-323.
- [6] 周飞秦. 基于相位差谱的人工地震动拟合与桥梁地震响应分析[D]. 中南大学, 2010. (ZHOU Fei-qin. The Simulation of Ground Motion Based on the Phase Difference Spectrum and the Seismic Analysis of Bridge [D]. Central South of University, 2010. (in Chinese))
- [7] 田 利, 马瑞升, 李庆伟. 山丘谷地交错场地上多点地震动模拟研究[J]. *地震工程与工程振动*, 2014, **1**(3): 18-24. (TIAN Li, MA Rui-sheng, LI Qing-wei. Study on multi-support ground motions simulation on a hill and valley staggered site[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2014, **1**(3): 18-24. (in Chinese))
- [8] 丁海平, 刘启方, 金星, 等. 基岩地震动的一个相干函数模型-走滑断层情形[J]. *地震学报*, 2004, **26**(1): 62-67. (DING Hai-ping, LIU Qi-fang, JIN Xing, et al. A coherency function model of ground motion at base rock corresponding to strike-slip fault[J]. *Acta Seismologica Sinica*, 2004, **26**(1): 62-67. (in Chinese))
- [9] 柳国环, 国 巍. 结构地震差动输入——理论、模型和方法[M]. 北京: 科学出版社, 2015. (LIU Guo-huan, GUO Wei. *Theory, Model and Method of Spatially Variable Earthquake Motions Input for Structural Analysis* [M]. Beijing: Science Press, 2015. (in Chinese))
- [10] 柳国环, 赵大海. 地震差动与结构非线性输出——方法、程序开发及实践[M]. 北京: 科学出版社, 2016. (LIU Guo-huan, ZHAO Da-hai. *Method, Program Development and Practice for Spatially Variable Earthquake Motions and Structural Nonlinear Analysis* [M]. Beijing: Science Press, 2016. (in Chinese))
- [11] Liu G H, Feng X, Lian J J, et al. Simulation of spatially variable seismic underground motions in U-shaped canyons [J]. *Journal of Earthquake Engineering*, 2017: 1-24.
- [12] Todorovska M I, Lee V W. Surface motion of shallow circular alluvial valleys for incident plane SH waves-analytical solution [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1991, **10**(4): 192-200.
- [13] Abramowitz M, Stegun I A. *Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables* [M]. Courier Corporation, 1964.
- [14] Meng W, Wang L. Bounds for truncation errors of Graf's and Neumann's addition theorems [J]. *Numerical Algorithms*, 2016, **72**(1): 91-106.
- [15] Hao H. *Effects of Spatial Variation of Ground Motions on Large Multiply-Supported Structures* [M]. Berkeley, CA: Earthquake Engineering Research Center, University of California, 1989.
- [16] Liu G, Lian J, Liang C, et al. An effective approach for simulating multi-support earthquake underground motions [J]. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2017, **15**(11): 4635-4659.
- [17] 袁晓铭, 孙 锐, 孙 静, 等. 常规土类动剪切模量比和阻尼比试验研究[J]. *地震工程与工程振动*, 2000, **20**(4): 133-139. (YUAN Xiao-ming, SUN Rui, SUN Jing, et al. Laboratory experimental study on dynamic shear modulus ratio and damping ratio of soils [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2000, **20**(4): 133-139. (in Chinese))
- [18] Clough R W, Penzien J. *Dynamics of Structures* [M]. Berkeley: Computers & Structures, 2003.

Simulation of spatially variable underground seismic motions in circular-arc canyons with horizontally-layered inhomogeneous medium

LIU Guo-huan*, MA Jie, FENG Xiao

(School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: In this paper, a visual program for simulating spatially variable underground seismic motions in circular-arc canyons taking the horizontally-layered effect into account is developed, and the reliability of the program is verified. Firstly, the frequency-domain solution for the scattering of SH waves by a circular arc considering horizontally-layered effect is described. The essence of it is to break through traditional theoretical limitations of homogeneous medium and canyons do not pass through multi-layer soil. Secondly, a two-step transfer function method combining the transferring from flat-ground terrain to the canyon surface (step one) with the transferring from the canyon surface to underground location (step two) is adopted to derive the underground target PSD and response spectrum of circular-arc canyons. And then, the coherence function taking account of the flat-concave correlation of circular-arc field and its derivation are described in detail. Finally, aiming to provide convenience for further development and application of the simulation theory above, a program for simulating underground seismic motions in circular-arc canyons taking account of horizontally-layered effect is developed and the comparison between simulated and target results including PSD, response spectrum and coherence coefficient is given, which further verifies the rationality and reliability of the method.

Key words: coherence function; multi-layered circular-arc canyon; topographic effect; transfer function; underground multi-point earthquake motion

引用本文/Cite this paper:

柳国环,马杰,冯啸.多水平成层的非均匀介质圆弧形峡谷地下多点地震动模拟[J].计算力学学报,2018,35(4):473-479.

LIU Guo-huan, MA Jie, FENG Xiao. Simulation of spatially variable underground seismic motions in circular-arc canyons with horizontally-layered inhomogeneous medium[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2018, 35(4): 473-479.