

计算力学学报
Chinese Journal of Computational Mechanics
ISSN 1007-4708, CN 21-1373/O3

《计算力学学报》网络首发论文

题目：半覆水相变 V 形峡谷场地 P 波入射下的空间地震动散射频域理论解、验证及特征

作者：柳国环，陈欣宇，李鑫洋

网络首发日期：2023-04-12

引用格式：柳国环，陈欣宇，李鑫洋. 半覆水相变 V 形峡谷场地 P 波入射下的空间地震动散射频域理论解、验证及特征[J/OL]. 计算力学学报.
<https://kns.cnki.net/kcms/detail/21.1373.O3.20230412.1225.016.html>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

半覆水相变 V 形峡谷场地 P 波入射下的空间地震动 散射频域理论解、验证及特征

柳国环^{*1,2}, 陈欣宇^{1,2}, 李鑫洋^{1,2}

(1. 天津大学, 水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300350; 2. 天津大学, 建筑工程学院, 天津 300350)

摘要: 克服介质相变、峡谷分层且局部地形覆水所导致的固有边界值难题, 首次推导并得到了半覆水相变 V 形峡谷场地对 P 波激励下的散射理论解, 验证理论解的正确性, 探究了相变界面的有无、入射波频率和入射角对地表位移的显著影响, 突出并重点强调了覆水因素对结果影响的不可忽视性。分析结果表明: (1) 以经典算例为标准, 对比验证了本文理论解的正确性, 解释并澄清了峡谷局部可预测性的微小偏差的来源。(2) 与未覆水部位相比, 峡谷覆水部位表面位移显著增大; 与峡谷满水状态相比, 相变面的存在使位移增大的初始位置向峡谷中间移动; 不同的入射波频率和入射角下, 地面运动情况存在显著差异, 随着入射角的增大, 水平方向的位移逐渐增大, 垂直方向的位移逐渐减小。本文研究可为覆水 V 形峡谷的长大结构多点地震动的合理输入提供基础性研究依据, 兼有理论意义与应用价值。

关键词: 相变; V 型峡谷; 散射效应; 多点地震动; 理论解
文献标识码: A

1 引言

局部场地的散射效应是影响地震地面运动的重要因素。学者们采取了许多方法探究了各类场地在地震波激励下的响应情况, 其中通过数学推导并严格满足边界条件的方法称为解析法, 其具有精度高的优点且能够避免数值解在地震波高频带入射时不收敛的问题。目前, 学者们就不同局部地形影响下地震波散射效应的解析解做了针对性的研究。Trifunac^[1]针对 SH 波入射半圆形沉积河谷地形, 推导得到了地面响应的理论解; Cao 等^[2]在研究变深宽比的浅圆柱形峡谷周围的位移时, 创新性地用半径很大的圆柱面近似地代替水平半空间表面, 利用 Fourier-Bessel 级数表示散射波, 这一方法在后续问题的研究中得到了广泛的采用; 梁建文等^[3]推导得到了圆弧形沉积河谷在平面 P 波入射下场地响应的理论解; Liu 等^[4]针对层状饱和介质场地开展了研究, 并模拟了地下多点地震动, 在此基础上, Liu 等^[5]又进一步考虑了存在上覆水的情形; 柳国环等对分层的非均匀介质圆弧形峡谷^[6,7]、覆水饱和圆弧形场地^[8]和 U 形峡谷场地^[9]开展了一系列研究。朱赛

男等^[10]利用 Hankel 函数积分变换法研究得到了 P₁ 波入射下海底洞室的散射解析解; 杨彩红等^[11]重点关注了瞬态响应的解析解; Yan 等^[12]获得了软硬地层隧道的解析解并设计了振动台试验予以验证。此外, V 形峡谷也是一类常见的场地, 2008 年 Tsaur^[13,14]通过引入虚拟圆弧边界对场地进行子区域的划分, 得到了对称深 V 形峡谷和浅 V 形峡谷场地地震响应的理论解; Zhang^[15]获得了 SH 波入射非对称 V 形峡谷的理论解; 张宁等^[16]针对含峭壁 V 形峡谷的解析解开展了研究。以上关于 V 形场地的研究, 多是基于 SH 波入射下探讨的, 而有关 P-SV 波入射的研究却较少。与 SH 波不同, P-SV 波入射时需要考虑竖向约束, 在分界面上会发生波形转换。近期, Liu 等^[17]获得了平面 P 波入射第二类分层 V 形峡谷场地的地震响应理论解, 为此类问题的后续研究提供了有价值的参考。

本文提出一种半覆水相变 V 形峡谷场地模型, 考虑了介质相变、峡谷分层和局部地形覆水因素的影响, 对该场地在平面 P 波入射下散射问题的理论解开展研究, 其难点在于: (1) 须要建立 V 形峡谷场地坐标系数量较多, 理论推导过程中需频繁地对波函数在各坐标系间进行转换, 各坐标系间既存在正交的位置关系, 也存在斜交的位置关系, 正确推导出各坐标系间的转换关系是求解的基础; (2) 须

基金项目: 国家自然科学基金 (51978461) 资助项目。

作者简介: 柳国环* (1980-), 男, 博士, 教授
(E-mail: liugh@tju.edu.cn)

要克服介质相变、峡谷分层且局部地形半覆水所导致的固有边界值难题，不仅具有相变转换界面，而且覆水与无覆水峡谷表面的边界条件存在本质差异，是本文研究的半覆水相变场地与单相介质场地的本质区别。此外，根据饱和多孔介质理论^[18]，在双相介质中存在两种 P 波（P₁ 波和 P₂ 波）和 SV 波，且边界上发生波形转换，产生的散射波场非常复杂，极大地增加了求解难度。本文通过构造虚拟圆弧边界对所提出的半覆水相变 V 形峡谷场地进行分区，利用斜交坐标变换联立各区的边界条件，求得了 P 波入射下的理论解，通过与经典算例对比验证了理论解的可靠性，并进一步探究了相变界面的有无、入射波频率和入射角对地表位移的影响。

2 场地模型与求解方案

2.1 场地模型

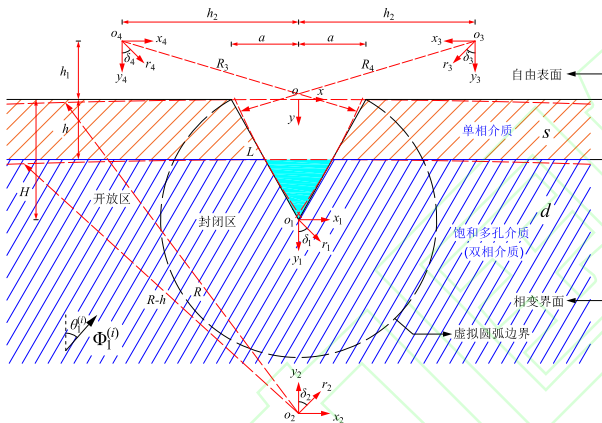


图1 相变场地模型示意图
Fig.1 Schematic diagram of the media-transition model

场地数学模型如图 1 所示。对称 V 形峡谷地表处的半宽为 a ，深度为 H ，壁长为 L 。以峡谷中覆水的水面为分界面，将整个场地分为了 s 层和 d 层， s 层为单相介质，厚度为 h ， d 层为饱和多孔介质（双相介质）。以峡谷底部为圆心，峡谷壁长为半径作圆弧，该虚拟圆弧边界又将整个场地分为了封闭区和开放区。由此，在求解问题时将该场地分为 5 个子区域来处理，即 s 层开放区、 s 层封闭区、 d 层开放区、 d 层封闭区和覆水区。建立直角坐标系 xoy 和极坐标系 $o_1 \sim o_4$ ， o_3 和 o_4 与水平地表相距 h_1 ，且与峡谷中心点的水平距离均为 h_2 。

一列圆频率为 ω ，入射角为 $\theta_1^{(i)}$ 的 P 波入射该场地，在 xoy 坐标系下，入射波的势函数可由式 (1) 表示^[3]：

$$\Phi_1^{(i)}(x, y) = \exp[ik_{d1}(x \sin \theta_1^{(i)} - y \cos \theta_1^{(i)})] \quad (1)$$

式中 i 为虚数单位， k_{d1} 为 d 层中 P₁ 波的波数。该势函数略去了时间因子 $\exp(-i\omega t)$ 。

2.2 自由波场求解

场地的总波场由自由波场和散射波场两部分组成，自由波场即不考虑 V 形峡谷的存在，仅由水平地表和相变界面产生的反射波和透射波形成的波场，自由波场分布示意图见图 2。

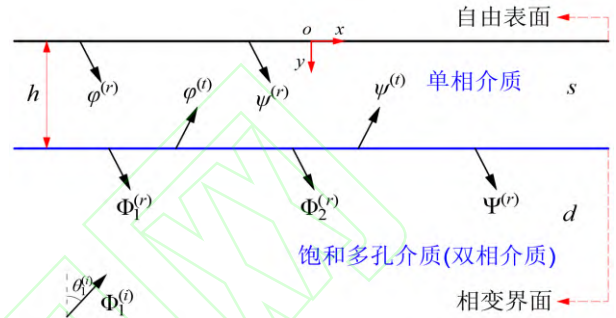


图2 自由波场分布示意图
Fig.2 Distribution diagram of free wavefield

入射波在相变界面上发生反射和透射，产生反射 P₁ 波、P₂ 波和 SV 波以及透射 P 波和 SV 波。其反射系数分别为 α_1 、 α_2 和 α_3 ；透射系数分别为 β_1 和 β_3 。相变界面上透射的 P 波和 SV 波在自由表面上发生反射，各自分别产生反射 P 波和 SV 波。自由表面的反射系数可直接按文献^[17]计算。

系数 $\alpha_1 \sim \alpha_3$ 、 β_1 和 β_3 都是待定的，利用相变界面上 ($y = h$) 的边界条件求解这 5 个系数，完成自由波场的求解。除了两个应力连续条件和两个位移连续条件外，认为相变界面为不透水边界，共 5 个边界条件：

$$u_x^s = u_x^d, u_y^s = u_y^d, \tau_{yy}^s = \tau_{yy}^d, \tau_{yx}^s = \tau_{yx}^d, \sigma_{yF}^d = 0 \quad (2)$$

进一步将 xoy 坐标系下的势函数转换到极坐标系 o_1 中（二者间的转换关系为： $x = x_1 = r_1 \sin \delta_1$ ， $y = y_1 + H = r_1 \cos \delta_1 + H$ ）并展开为 Fourier-Bessel 级数，限于篇幅，仅以 P₁ 波为例：

$$\Phi_1^{(i+r)}(r_1, \delta_1) = \sum_{n=0}^{\infty} J_n(k_{d1} r_1) (A_{d0,n} \cos n \delta_1 + B_{d0,n} \sin n \delta_1) \quad (3a)$$

$$\begin{cases} A_{d0,n}^{(1)} \\ B_{d0,n}^{(1)} \end{cases} = \varepsilon_n i^n \begin{cases} \cos n\theta_1^{(i)} \\ \sin n\theta_1^{(i)} \end{cases} \left\{ \pm(-1)^n \exp(-ik_{d1}H \cos\theta_1^{(i)}) \right. \\ \left. + \alpha_1 \exp[ik_{d1}(H-h) \cos\theta_1^{(i)}] \right\} \quad (3b)$$

其中 ε_n 为 Neumann 因子并且有 $\varepsilon_0 = 1$; $\varepsilon_n = 2$ ($n \geq 1$)。

2.3 散射波场求解

散射波场分布示意图如图 3 所示。以 o_2 为圆心, R ($R \gg L$) 为半径作大圆弧来替代水平地表, 以 $R-h$ 为半径作大圆弧替代水平相变界面; 再分别以 o_3 和 o_4 为圆心, R_3 和 R_4 ($R_3 = R_4 \gg L$) 为半径作大圆弧来替代 V 形峡谷左右壁。

d 层中峡谷边界和相变界面产生散射 P_1 波、 P_2 波和 SV 波; s 层中峡谷边界、相变界面和地表边界产生散射 P 波和 SV 波; 由于水无法承受剪力, 故覆水区中只存在上行和下行的 P 波。它们都可以用系数待定的 Fourier-Bessel 级数来表示。

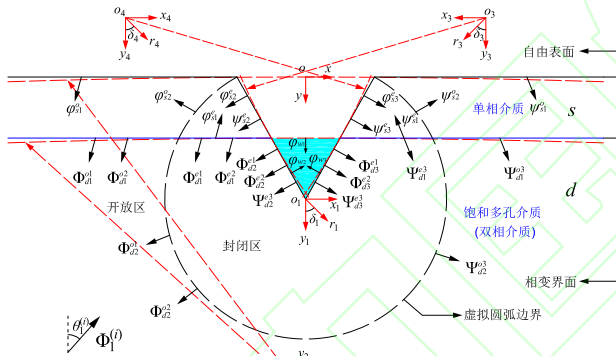


图 3 散射波场分布示意图

Fig.3 Distribution diagram of scattering wavefield

将已经得到的展开后的自由波场势函数与散射波场势函数叠加, 即得到场地的总波场势函数。总波场势函数严格满足场地的边界条件, 借助虚拟圆弧边界上的连续条件, 联立封闭区和开放区的边界条件求解待定系数。本文使用的边界条件如下:

s 层开放区地表的零应力边界条件:

$$\tau_{rr}^{s(o)} = \tau_{r\delta}^{s(o)} = 0 (r_2 = R) \quad (4)$$

s 层虚拟圆弧边界上的应力连续条件:

$$\tau_{rr}^{s(o)} = \tau_{rr}^{sl(e)}, \tau_{r\delta}^{s(o)} = \tau_{r\delta}^{sl(e)} (r_1 = L) \quad (5)$$

s 层封闭区左右侧峡谷表面零应力边界条件:

$$\tau_{rr}^{s(e)} = \tau_{r\delta}^{s(e)} = 0 (r_3 = R_3) \quad (6a)$$

$$\tau_{rr}^{s(e)} = \tau_{r\delta}^{s(e)} = 0 (r_4 = R_4) \quad (6b)$$

封闭区相变界面上的应力和位移连续条件:

$$\tau_{rr}^{d(e)} = \tau_{rr}^{s(e)}, \tau_{r\delta}^{d(e)} = \tau_{r\delta}^{s(e)}, \sigma_{rr}^{d(e)} = 0 (r_2 = R-h) \quad (7a)$$

$$u_r^{s(e)} = u_r^{d(e)}, u_\delta^{s(e)} = u_\delta^{d(e)} (r_2 = R-h) \quad (7b)$$

d 层封闭区左侧峡谷表面的边界条件:

$$\begin{cases} \tau_{rr}^{d(e)} + \sigma_{rr}^{d(e)} = \tau_{rr}^w (r_3 = R_3) \\ \sigma_{rr}^{d(e)} = -n^d \tau_{rr}^w \end{cases} \quad (8a)$$

$$\tau_{r\delta}^{d(e)} = 0 (r_3 = R_3) \quad (8b)$$

$$(1-n^d)u_r^{d(e)} + n^d U_r^{d(e)} = u_r^w (r_3 = R_3) \quad (8c)$$

d 层封闭区右侧峡谷表面的边界条件与左侧类似 ($r_4 = R_4$)。

d 层虚拟圆弧边界上的应力连续条件:

$$\tau_{rr}^{d(o)} = \tau_{rr}^{d(e)}, \tau_{r\delta}^{d(o)} = \tau_{r\delta}^{d(e)}, \sigma_{rr}^{d(o)} = \sigma_{rr}^{d(e)} (r_1 = L) \quad (9)$$

开放区相变界面上的应力连续条件:

$$\tau_{rr}^{d(o)} = \tau_{rr}^{s(o)}, \tau_{r\delta}^{d(o)} = \tau_{r\delta}^{s(o)}, \sigma_{rr}^{d(o)} = 0 (r_2 = R-h) \quad (10)$$

极坐标系中单相介质的应力和位移可以用势函数表示为^[3]:

$$\tau_{rr} = \lambda \nabla^2 \varphi + 2\mu \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \delta} \right) \right] \quad (11a)$$

$$\tau_{r\delta} = \mu \left\{ 2 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial \delta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \varphi}{\partial \delta} \right] + \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \delta^2} - r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right] \right\} \quad (11b)$$

$$u_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \delta}, u_\delta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \delta} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (11c)$$

饱和和多孔介质的应力和位移可以用势函数表示为^[8]:

$$\tau_{rr}^s = A \nabla^2 \Phi + Q \nabla^2 \Gamma + 2N \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \delta} \right) \right] \quad (12a)$$

$$\tau_{r\delta}^s = N \left\{ 2 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \delta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \delta} \right] + \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \delta^2} - r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) \right] \right\} \quad (12b)$$

$$\sigma_{rr}^f = Q \nabla^2 \Phi + R \nabla^2 \Gamma \quad (12c)$$

$$\begin{cases} u_r^s = \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \delta} \\ u_\delta^s = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \delta} - \frac{\partial \Psi}{\partial r} \end{cases}, \begin{cases} U_r^f = \frac{\partial \Gamma}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Omega}{\partial \delta} \\ U_\delta^f = \frac{1}{r} \frac{\partial \Gamma}{\partial \delta} - \frac{\partial \Omega}{\partial r} \end{cases} \quad (12d)$$

在覆水中应力和位移可以用势函数表示为^[8]:

$$\tau_{rr}^w = K_f \nabla^2 \varphi_w, u_r^w = \frac{\partial \varphi_w}{\partial r} \quad (13)$$

其中, φ 和 Φ 为总波场的固相标量势函数; ψ

和 Ψ 为总波场的固相矢量势函数; Γ 和 Ω 分别为液相的标量势函数和矢量势函数, 可通过固相势函数乘以液相参与系数来计算; λ 和 μ 为土的拉梅常数; A 、 N 、 Q 和 R 为 Biot 弹性系数。

在代入边界条件求解待定系数时要对定义在不同坐标系下的势函数进行坐标系转换。文献[19]推导了斜交坐标系下的内域型 Graf 加法公式:

$$C_n(kr) \begin{Bmatrix} \cos n\delta \\ \sin n\delta \end{Bmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty} J_m(kr) \begin{Bmatrix} F1_{mn}^+(kL, \gamma) & F2_{mn}^+(kL, \gamma) \\ F2_{mn}^-(kL, \gamma) & F1_{mn}^-(kL, \gamma) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos m\theta \\ \sin m\theta \end{Bmatrix} \quad (14)$$

式中

$$F1_{mn}^{\pm}(kL, \gamma) = \frac{\varepsilon_m}{2} [\pm C_{m+n}(kL) \cos(m+n)\gamma + (-1)^n C_{m-n}(kL) \cos(m-n)\gamma] \quad (15a)$$

$$F2_{mn}^{\pm}(kL, \gamma) = \frac{\varepsilon_m}{2} [C_{m+n}(kL) \sin(m+n)\gamma \pm (-1)^n C_{m-n}(kL) \sin(m-n)\gamma] \quad (15b)$$

$C_n(*)$ 可取第一类 Bessel 函数 $J_n(*)$ 或 Hankel 函数 $H_n(*)$ 。 L 是坐标原点间的距离; γ 是坐标原点的连线与竖直方向所夹的锐角。

在使用边界条件(7)时, 需将(7a)和(7b)得到的两式联立, 消去 d 层的待定系数。在使用边界条件(8)时, 需联立(8a)的两式, 消去 τ_{rr}^w , 得到一个新的边界条件 $n^d \tau_{rr}^{d(e)} + (n^d + 1) \sigma_{rr}^{d(e)} = 0$, 再联立由(8a)的第二式和(8c)得到的两个方程, 消去覆水区中的待定系数, 这样处理的好处是在求解问题时, 无需对覆水区 ($\varphi_{w1}, \varphi_{w2}, \varphi_{w3}$) 的待定系数进行求解。限于篇幅, 略去详细的推导过程。

得到场地的完整波场分布后, 再由式(11c)和

(12d)可求得极坐标系下的位移, 将其转换到直角坐标系下, 二者间有如下的转换关系^[17]:

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \delta & \cos \delta \\ \cos \delta & -\sin \delta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_r \\ u_\delta \end{pmatrix} \quad (16)$$

进而按下式计算水平向和竖向位移的绝对值 $|u_x|$ 和 $|u_y|$, 即^[17]:

$$\begin{cases} |u_x| = \sqrt{(\text{Re}(u_x))^2 + (\text{Im}(u_x))^2} \\ |u_y| = \sqrt{(\text{Re}(u_y))^2 + (\text{Im}(u_y))^2} \end{cases} \quad (17)$$

3 对比验证

为了便于分析, 定义峡谷宽度与入射波波长的比值为无量纲频率 η 。

$$\eta = \frac{2a}{\lambda_{d1}} = \frac{k_{d1} a}{\pi} = \frac{\omega a}{\pi \alpha_d} \quad (18)$$

其中, λ_{d1} 为入射 P 波的波长, α_d 为入射 P 波的波速, 其余物理量如前所述。

将本文场地模型退化为双层单相介质 V 形峡谷场地, 与文献[17]进行对比以验证本文理论推导的正确性。依据文献[20]将孔隙率取极小值使饱和和多孔介质退化为单相介质的方法, 本文取孔隙率 $n^d = 10^{-5}$, 并将其余有关参数按文献[17]取值得到退化模型。本文退化模型与文献[17]模型在 V 形峡谷覆水部位边界条件存在差异, 根据地震波散射理论, 地震波低频入射 ($\eta < 1$) 时波长大于峡谷宽度, 局部地形对地震波的散射并不显著, 同时垂直入射时不发生波形转换, 故此时二者的地面运动差异较小。因此将本文退化模型在 $\theta = 0^\circ$, $\eta = 0.5$ 时得到的地表位移与文献[17]进行对比, 如图 4 所示。结果表明, 二者在水平地表部位的位移幅值吻合情况良好; 但在峡谷覆水部位 ($|x/a| \leq 0.5$), 由于采用

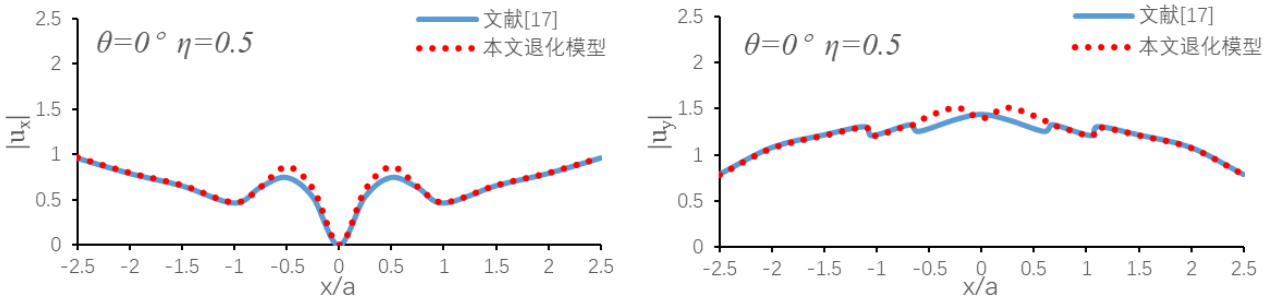


图 4 本文退化模型与文献[17]的位移对比
Fig.4 Displacement comparison of degraded model in this paper with Ref.[17]

表 1 土体物理参数

Tab.1 Physical parameters of soil property

层	$\rho/\text{kg m}^{-3}$	λ/Pa	μ/Pa	φ	K_s/Pa	K_f/Pa	K_b/Pa	k_0
s	2500	2.8×10^7	2.8×10^7	-	-	-	-	-
d	2650	2.8×10^7	2.8×10^7	0.32	3.6×10^{10}	2.0×10^9	4.36×10^7	10^{-10}

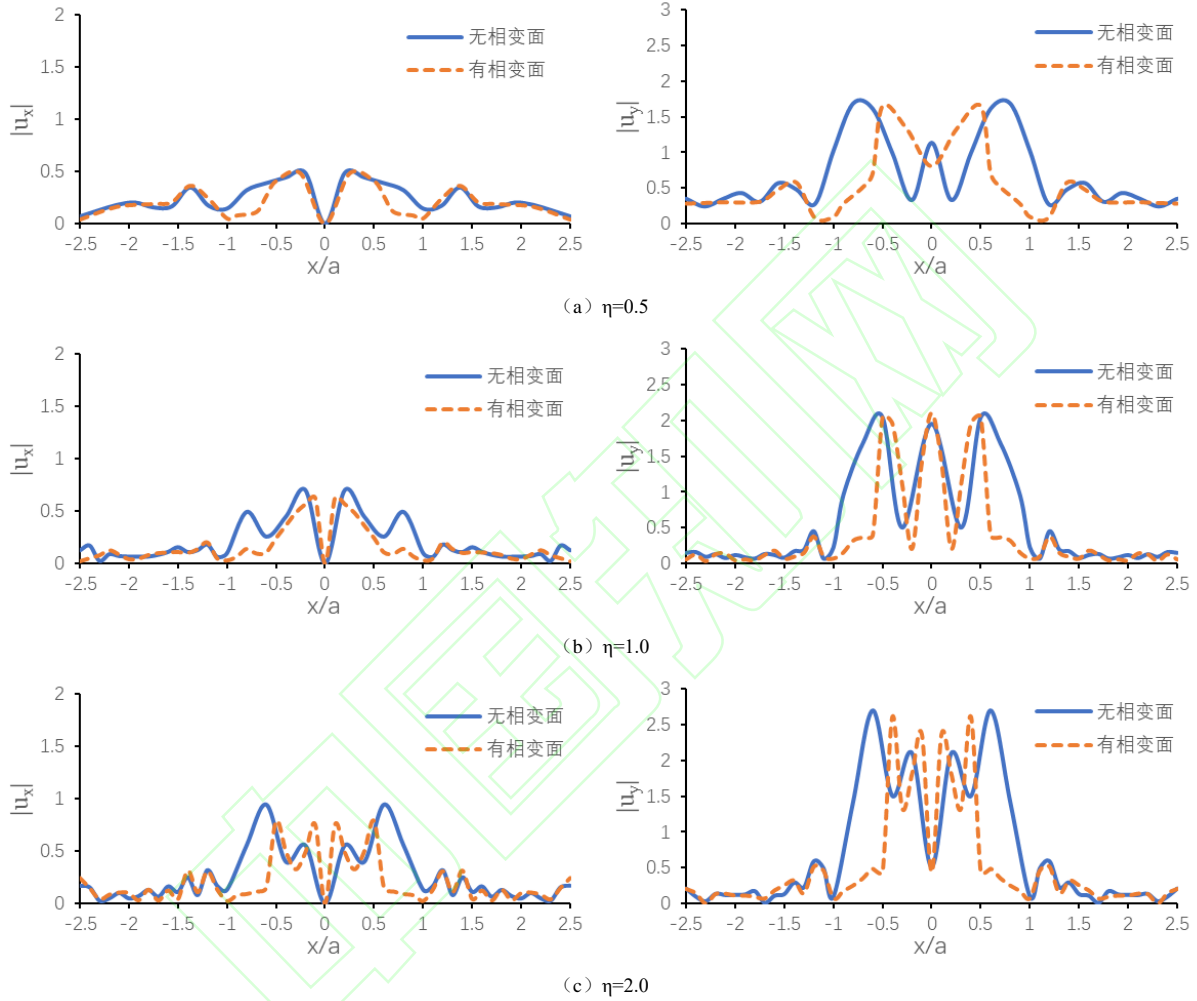


图 5 垂直入射时 ($\theta=0^\circ$) 存在与不存在相变面的工况结果对比
 Fig.5 Results comparison between models with and without interfaces

的数学意义上的圆弧法会导致峡谷局部区域产生汇聚效应, 因此该处本文退化模型的位移与文献[17]存在小幅度的偏差, 这是可预见性的。总体来看, 理论分析和验证结果相一致, 表明了本文理论解的正确性。

4 数值分析与讨论

峡谷半宽 a 取 250m, 峡谷深度 H 取 500m, 大圆弧的半径 R_3 、 R_4 和 R 取值越大, 大圆弧与水平边界间的误差就越小, 但其取值过大也可能会导致

求解时矩阵奇异, 本文取 $R_3 = R_4 = R = 100L$ [3]。覆水区中水的密度 $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$, 体积模量 $K_f = 2.0 \times 10^9 \text{ Pa}$ 。土体物理参数在表 1 中列出, 其中各岩土参数的取值参考了文献[21], 由于推导过程中假设拉梅常数 $\lambda = \mu$, 故此二者取值相同 (即泊松比取 0.25)。饱和多孔介质理论中的参数 A 、 N 、 Q 和 R 按文献[22]计算。

首先, 探究是否存在相变界面对场地地表位移的影响。存在相变界面的场地模型中, s 层厚度取为 $h = 0.5H$, 无相变界面的场地 s 层厚度 $h = 0$ 。

图 5 给出了垂直入射时 ($\theta=0^\circ$) 两种场地地表位移的对比情况, 其中图 5(a)、(b)和(c) 分别是在入射波的无量纲频率 $\eta=0.5$ 、 $\eta=1.0$ 和 $\eta=2.0$ 时得到的。结果表明, 存在相变界面时, 区间 $|x/a|\leq 0.5$ 内的地表位移幅值明显大于其它部位; 不存在相变界面时, 水充满整个 V 形峡谷, 位移幅值放大的区域扩大到了区间 $|x/a|\leq 1$ 。在两种场地中, 位移幅值放大的现象都出现在覆水区域, 这是由于覆水区域内的峡谷表面为土水分界面, 地震波在水中进一步发生反射和散射, 并与土体中的地震波共同作用产生相干效应, 由此波场的构成更加复杂, 导致地震波的相干相加使位移幅值增大。相变界面的存在使位移增大的初始位置向峡谷中间移动。此外, 图 5 表明, 垂直入射时场地位移呈对称分布, $x/a=0$ 处的水平位移为零, 出现该现象的原因是: 场地具有对称性, 垂直入射时不发生波形转换, 点 $x/a=0$ 左右两侧的水平位移相抵消。

图 6 给出了斜入射时 ($\theta=30^\circ$) 两种场地地表位移的对比情况。结果表明, 斜入射时也存在峡谷局部位移放大以及相变界面使位移增大的初始位置向峡谷中间移动的现象, 进一步印证了图 5 的结论。此外, 由于 P 波斜入射时会发生波形转换, 波场的构成更加复杂, 与存在相变界面的场地相比, 无相变界面的场地整体位移有增大的现象。将不存在相变界面 ($h=0$) 的场地看作 h 趋于 0 过程中的极限情况, h 足够大时, 介质分界面产生的反射波和散射波得到充分的耗散; 随着 h 的减小, 地震波在上下边界反复发生反射和散射, 产生复杂的相干效应, 使得位移幅值增大。由图 5 和 6 可知, 相变场地与非相变场地的地震地面运动存在显著差异。

图 7 给出了垂直入射和斜入射 ($\theta=30^\circ$) 两种情况下, 入射波频率高低对地面运动的影响。结果表明, 地表位移幅值不一定随着入射波频率的提高而增大, 垂直入射的情况下, 区间 $|x/a|>0.5$ 内的

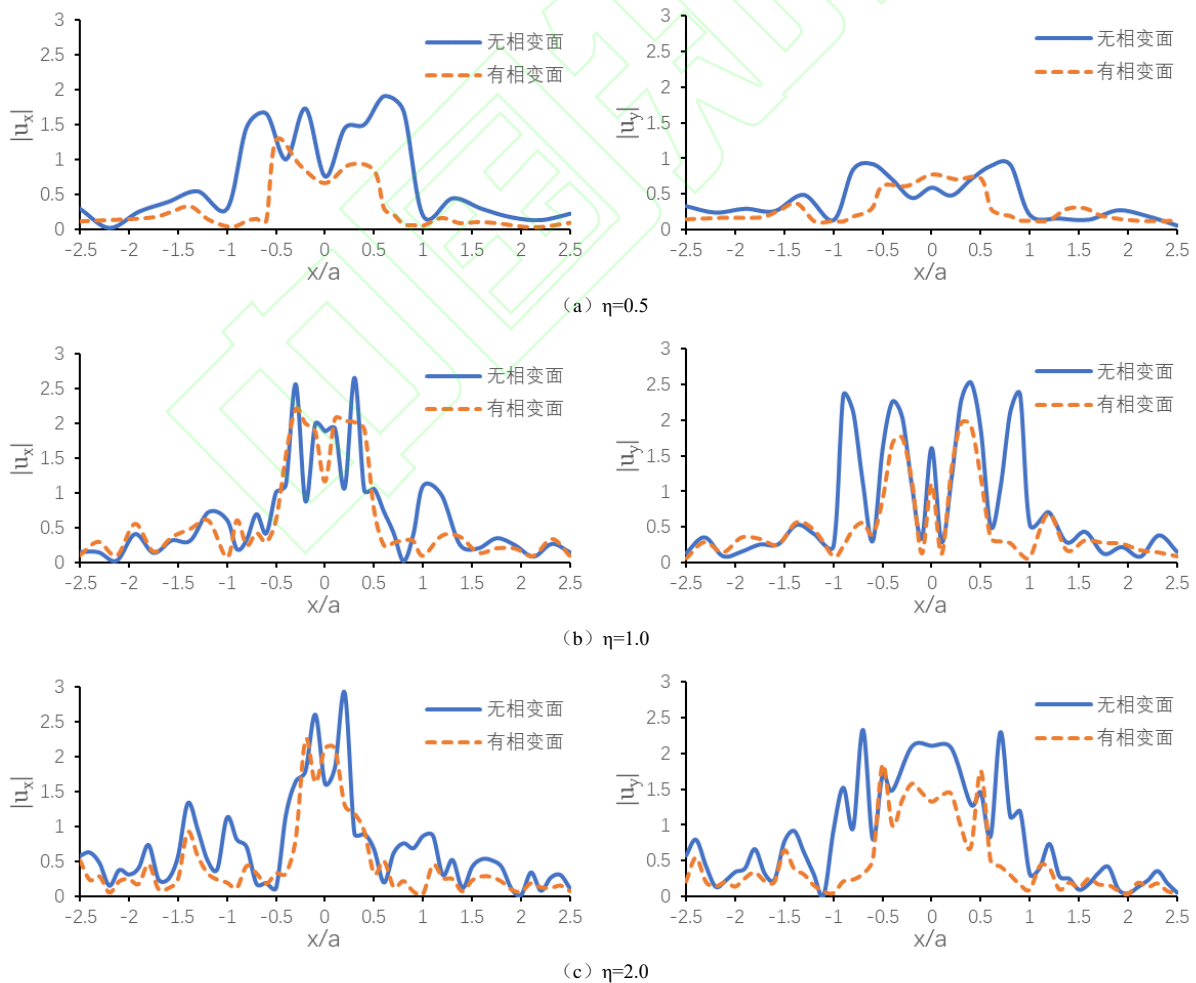


图 6 斜入射时 ($\theta=30^\circ$) 存在与不存在相变面的工况结果对比
Fig.6 Results comparison between models with and without interfaces

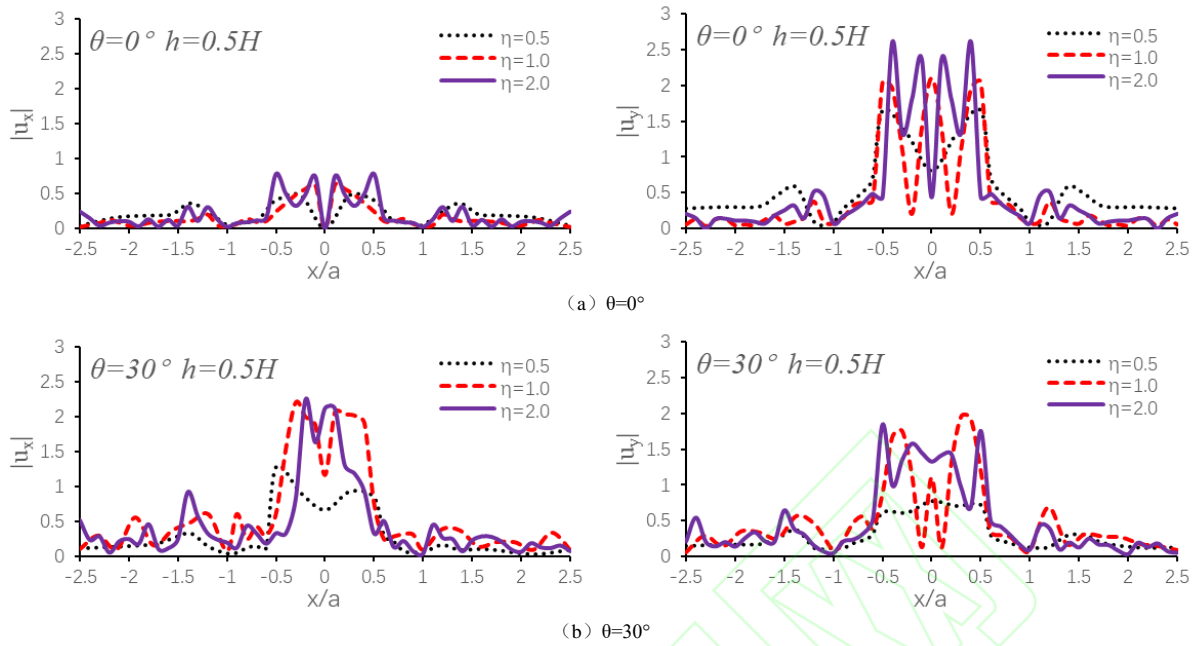


图7 存在相变界面时入射波频率对地面运动的影响
Fig.7 Influence of incident frequencies on surface displacement with interface

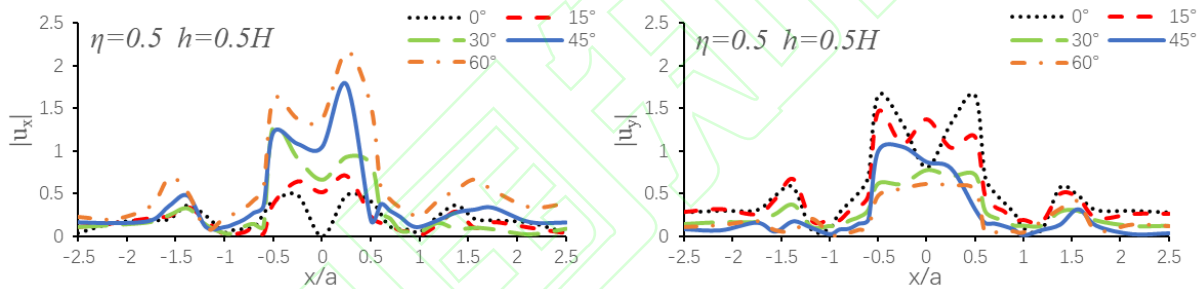


图8 $\eta=0.5$ 时入射角度对地面运动的影响
Fig.8 Influence of incident angles on surface displacement at $\eta=0.5$

位移对 $\eta=0.5$ 的入射波更敏感；区间 $|x/a| \leq 0.5$ 内的位移对 $\eta=2.0$ 的入射波更敏感。斜入射 ($\theta=30^\circ$) 的情况下，场地的地表位移对 $\eta=1.0$ 和 $\eta=2.0$ 的入射波较为敏感。出现该现象的原因是：地震波的相干作用是一个复杂的过程，同时存在着相干相加和相干相消，随着入射波频率的增大，入射波的波长减小，随之相干作用也变得更加复杂，因此高频入射时的相干效应远比低频入射时强烈，相干相消可能导致高频入射下地表位移幅值反而小于低频入射时。图 5、6 和 7 均表明，入射波频率越高，位移的波动性越强烈，这也是相干效应随着入射波频率的提高而增强导致的。

为了进一步探究入射角对地面运动的影响，图 8 给出了无量纲频率 $\eta=0.5$ 时不同入射角下地表位移的对比情况。结果表明，随着入射角度的增大，水平方向的位移幅值有增大的趋势，垂直方向的位

移幅值有减小的趋势。这是由于随着入射角度的增大，入射波所携带能量的水平分量逐渐增大，而垂直分量逐渐减小。图 7(a) 和 8 均表明，垂直入射时垂直方向的地表位移幅值明显大于水平方向，这是由于 P 波的振动方向与传播方向一致。综上分析可知，入射角对地震地面运动产生的影响显著，故必须要考虑该因素。

5 结语

该研究首次在 V 形峡谷中充分考虑引入了介质相变、相变界面穿越峡谷边界和半覆水因素的影响，对 P 波入射下的散射问题开展研究，具体如下：

(1) 首次推导并得到了半覆水相变 V 形峡谷 P 波激励下的散射解。克服了介质相变、峡谷分层且局部地形覆水所导致的固有边界值难题，首先利用相变场地的连续性条件得到了自由波场分布，并将

自由波场的势函数展开为 Fourier-Bessel 级数。考虑局部地形散射影响下,通过构造虚拟圆弧边界将整个相变 V 形峡谷场地分为封闭区和开放区,并利用斜交坐标变换进一步将封闭区和开放区联立求解,得到了该场地的散射波场分布。

(2) 验证并解释了本文理论解的科学性与正确性,通过与文献[17]中的算例进行对比澄清了峡谷局部区域出现的可预见性的微小偏差的理论来源,即数学意义的圆弧法导致。

(3) 计算、分析并总结了“覆水”和“相变”两大因素对场地反应规律及特征的影响,强调了其不可忽视性。通过对比分析存在相变界面与否时的地表位移,进一步探究了入射波频率和入射角对地表位移的影响。结果表明,峡谷覆水部位的位移明显大于非覆水部位,相变界面的存在使位移增大的初始位置向峡谷中间移动,斜入射时,相变界面对位移幅值的大小也产生了明显影响;入射波的频率和入射角不同时,地震地面运动存在较大差异,应对这些因素予以充分考虑。

参考文献(References):

- [1] Trifunac M D. Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1971, 61(6):1755-1770.
- [2] Cao H, Lee V W. Scattering and diffraction of plane P waves by circular cylindrical canyons with variable depth-to-width ratio[J]. *European Journal of Obstetrics and Gynecology and Reproductive Biology*, 1989, 9(3):141-150.
- [3] 梁建文,严林隽,李军伟,Vincent W.Lee.圆弧型沉积河谷场地在平面 P 波入射下的响应[J]. *岩土力学*,2001(2):138-143. (Liang JW, Yan LJ, Li JW, Lee VW. Response of circular-arc alluvial valleys under incident plane P waves[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2001(2): 138-143.(in Chinese))
- [4] Liu G H, Liu Y Q, Han B, et al. Theoretical and Numerical Approach for Simulating Spatially Variable Seismic Underground Motions in Layered Saturated Media[J].*Journal of Earthquake Engineering*, 2020, 24(4): 601-627.
- [5] Liu G H, Yu H T, Liu Y Q, et al. An approach for predicting multi-support seismic underground motions in layered saturated soil under surface water[J].*Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2018, 115: 104-118.
- [6] 柳国环,马杰,冯啸.多水平成层的非均匀介质圆弧形峡谷地下多点地震动模拟[J].*计算力学学报*,2018,35(4): 473-479. (Liu GH, Ma J, Feng X. Simulation of spatially variable underground seismic motions in circular-arc canyons with horizontally-layered inhomogeneous medium[J].*Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2018, 35(4):473-479.(in Chinese))
- [7] Liu G H, Jiang D L. Layer-effect on variable seismic ground motions of SV-wave scattered by a double-stratified circular-arc crossing by layer-interface[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2020, 129: 105919.
- [8] 柳国环,黄伟伟,李鑫洋.覆水饱和双相介质圆弧场地 P 波激励下散射问题的理论解[J]. *计算力学学报*,2021,38(2):206-214. (Liu GH, Huang WW, Li XY. A theoretical solution for the scattering of incident P waves by a circular-arc site in saturated double-phase media with overlying water[J].*Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2021, 38(2):206-214.(in Chinese))
- [9] Liu G H, Feng X, Lian J J, et al. Simulation of spatially variable seismic underground motions in u-shaped canyons[J].*Journal of Earthquake Engineering*, 2019, 23(3): 463-486.
- [10] 朱赛男,李伟华,LEE Vincent W,赵成刚.平面 P₁波斜入射下海底洞室地震响应解析分析[J]. *岩土力学*,2021,42(1):93-103. (Zhu SN, Li WH, LEE Vincent W, Zhao CG. Analytical solution of seismic response of an undersea cavity under incident P₁-wave[J]. *Rock and Soil Mechanics*. 2021,42(1):93-103.(in Chinese))
- [11] 杨彩虹,郝明辉,张郁山.圆弧形凹陷在 SH 波入射下瞬态反应的解析解[J]. *地震学报*,2022,44(1):111-122. (Yang CH, Hao MH, Zhang YS. Analytical solution to the transient response of arc-shaped canyon incident by plane SH wave[J]. *Acta Seismologica Sinica*. 2022,44(1):111-122.(in Chinese))
- [12] Yan Gaoming and Zhao Boming. Analytical Solution and Shaking Table Test on Tunnels through Soft-Hard Stratum with a Transition Tunnel and Flexible Joints[J]. *Applied Sciences*, 2022, 12(6): 3151-3151.
- [13] Tsaur D H, Chang K H. An analytical approach for the scattering of SH waves by a symmetrical V-shaped canyon: Shallow case[J]. *Geophys J Int* 2008; 174(1):255-64.
- [14] Tsaur D H, Chang K H, Hsu M S. An analytical approach for the scattering of SH waves by a symmetrical V-shaped canyon: deep case[J].*Geophysical Journal International*, 2010, 183(3):1501-1511.
- [15] Zhang N, Gao Y F, Cai Y, et al. Scattering of SH waves induced by a non-symmetrical V-shaped canyon[J]. *Geophysical Journal International*,2012, 191(1):243-256.
- [16] 张宁,潘家琐,代登辉,高玉峰.含峭壁 V 形峡谷对地震 SH 波散射的解析解[J]. *地球物理学报*,2021,64(3):896-906. (Zhang N, Pan JS, Dai DH, Gao YF. An analytical solution to the scattering of plane SH waves by a V-shaped canyon with cliffs[J]. *Chinese Journal of Geophysics*. 2021,64(3):896-906.(in Chinese))

- [17] Liu GH, Feng GR. Variable seismic motions of P-wave scattering by a layered V-shaped canyon of the second stratification type[J]. *Soil Dyn Earthq Eng* 2021; 144:106642.
- [18] Biot MA. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid.I. Low frequency range. *J Acoust Soc Am* 1956; 28(2):168-78.
- [19] 张秋红,黄茹蕙.斜交坐标系下 Graf 加法公式的两种变换[J].低温建筑技术,2005(5):63-64. (Zhang Qihong, Huang Ruhui. Two transformations of Graf addition formula in oblique coordinate system[J]. *Low Temperature Architecture Technology*, 2005(5):63-64.(in Chinese))
- [20] 巴振宇. 饱和半空间中凹陷地形和隧洞对平面 P、SV 波的散射[D].天津大学,2005. (Ba ZN. Scattering of P and SV waves by canyons and tunnels in saturated half-space[D].*Tianjin University*, 2005.(in Chinese))
- [21] 摄宇.土介质中弹性波传播规律的数值研究[J].低温建筑技术,2019,41(7):88-91. (She Yu. Numerical study on the propagation law of elastic waves in soil media[J]. *Low Temperature Architecture Technology*, 2019,41(7):88-91.(in Chinese))
- [22] 刘志军,夏唐代,黄睿,陈炜昀.Biot 理论与修正的 Biot 理论比较及讨论[J].振动与冲击,2015,34(4):148-152+194. (Liu ZJ, Xia TD, Huang R, Chen WY. Comparison and discussion for Biot theory and modified Biot one[J].*Journal of Vibration and Shock*, 2015, 34(4):148-152+194.(in Chinese))

Theoretical solutions of variable seismic motions for scattering of incident P-waves by a media-transition V-shaped canyon with partly filled water and its verification and characteristics

LIU Guo-huan^{*1,2}, CHEN Xin-yu^{1,2}, LI Xin-yang^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300350, China;

2. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

Abstract: Overcoming the challenges of boundary problems caused by media-transition, canyon stratification and local terrain with filled water, we have derived and obtained theoretical solutions of P-waves scattering in a media-transition V-shaped canyon with partly filled water for the first time, and the correctness is further verified and clarified. To highlight the significance of this research, the effects of the presence or absence of the media-transition interface, the frequency of the incidence-wave and incident angles on the ground displacement are investigated and analyzed in detail. Analysis results show that: (1) The correctness of the solution in this paper is verified by comparison with a classical example, and the internal cause of the predictable minor deviation in the local part of the canyon is explained and clarified. (2) The ground displacement of the water-covered parts of the canyon increases significantly compared with that of no water-covered parts; Besides, compared with the canyon of fully filled water, the existence of the media-transition interface leads to the initial position of the displacement amplitude amplification moving from both sides to the middle of the V-shaped canyon; For the different incident frequencies and angles, significant differences of seismic ground motion are shown obviously. With the increase of the incident angles, it can be observed the displacement in the horizontal direction gradually increases, while it gradually decreases in the vertical direction. This study has both theoretical and application significance, and can provide a research basis for the reasonable multi-point seismic motions for those long-span structures located at V-shaped canyon with filled water.

Key words: Media-transition; V-shaped canyon; Scattering; Multi-point seismic motions; Theoretical solution